BEITRAG ZUR KENNTNIS DER DISPERSION DES MAGNETOOPTISCHEN KERR-EFFEKTES BEI SENKRECHTER INZIDENZ.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT ZU GÖTTINGEN

VORGELEGT

VON

WACLAW DZIEWULSKI
AUS WARSCHAU.

GÖTTINGEN 1914.

LEIPZIG
JOHANN AMBROSIUS BARTH
1914

Tag der mündlichen Prüfung: 18. Juni 1913.
Referent: Herr Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. W. Voigt.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Einleitung.

Unter dem Namen des magnetooptischen Kerr-Effektes versteht man den Einfluß eines Magnetfeldes auf den Polarisationszustand des Lichtes, welches von einem aus ferromagnetischem Metall hergestellten Spiegel (Eisen, Kobalt, Nickel u. a.) reflektiert wird. Der Einfluß besteht in einer Modifikation der elliptischen Polarisation (im allgemeinsten Falle), das Verhältnis und die Lage der Ellipsenachsen betreffend. Die Beobachtungen über den Kerr-Effekt reduziert man der Symmetrie und Einfachheit wegen auf einige spezielle Fälle, die von den folgenden Faktoren abhängig sind: von der Neigung der spiegelnden Fläche gegen die Kraftlinien des äußeren Feldes, von dem Einfallswinkel, von der Lage der Einfallsebene gegen die Kraftlinien und der Neigung der Polarisationsebene des einfallenden Strahles gegen die Einfallsebene. Diese Fälle gruppieren sich folgendermaßen:

I. Spiegelnde Fläche $\perp$ gegen die Kraftlinien (polare Beobachtung).

II. Spiegelnde Fläche $\parallel$ gegen die Kraftlinien:
   a) Einfallsebene $\parallel$ gegen die Kraftlinien (meridionale Beobachtung);
   b) Einfallsebene $\perp$ gegen die Kraftlinien (äquatoriale Beobachtung).

Wenn wir dabei den Einfallswinkel in den Grenzen von 0^0—90^0 variieren und die Polarisationsebene überwiegend parallel oder senkrecht zur Einfallsebene nehmen (bei diesen zwei Grenzlagen kommt die komplizierte Eigenart der Metallreflexion in Wegfall), so haben wir alle beobachteten Typen zur Darstellung gebracht. Außerdem hängt noch der Kerr-Effekt von der Intensität der Magnetisierung des betreffenden Metalles sowie von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes

ab; die Abhängigkeit von der Wellenlänge bezeichnet man als Dispersion des Kerr-Effektes.

Der Kerr-Effekt wurde bisher nur bei ferromagnetischen Metallen beobachtet, was sich wohl durch seine außerordentliche Kleinheit erklären dürfte. Weil die reflektierten Wellen mit den eindringenden in Wechselwirkung stehen, so kann man erwarten, daß die Magnetisierung eines Körpers, die auf das durchgehende Licht eine beobachtbare Einwirkung hat (sog. Faraday-Effekt), im reflektierten Lichte gewisse Änderungen hervorrufen wird. Da bekanntlich der Faraday-Effekt fast eine allgemeine Eigenschaft aller isotropen Körper ist, so sollte man dasselbe bezüglich des Kerr-Effektes vermuten. Die Größe der Drehung in ferromagnetischen Metallen übertrifft nun bei weitem die Drehungen in irgend einem anderen Körper bei demselben äußeren Feld, und so wird uns die ausgezeichnete Stellung dieser Metalle den Kerr-Effekt betreffend einigermaßen verständlich.

Die von W. Voigt[1]) entwickelte Elektronentheorie dieser Erscheinung gibt Aufschlüsse über die Dispersionsverhältnisse des Kerr-Effektes. Damit man aber weitergehende Schlüsse aus dieser Theorie ziehen könne, ist vor allen Dingen die Kenntnis der Dispersion des Kerr-Effektes erwünscht, was die Beobachter bis jetzt nicht immer in genügender Weise berücksichtigt haben. So wurde ich von Hrn. Prof. W. Voigt veranlaßt, eine experimentelle Bestimmung dieser Dispersion bei einer Reihe von ferromagnetischen Metallen für einen möglichst großen Spektralbereich auszuführen.[2])

Man muß bei magnetooptischen Beobachtungen wegen der Kleinheit dieser Erscheinungen alle Komplikationen, die von der Reflexion an dem Metall herrühren, wegzuschaffen suchen. Bei einer senkrechten Inzidenz sind die Verhältnisse am günstigsten, weil in diesem Falle die Beschaffenheit der spiegelnden Fläche die kleinste Rolle spielt. Bei schiefer Inzidenz wird die kleinste Verunreinigung des Spiegels zu einer Fehlerquelle Veranlassung geben. Weil die Größe des Kerr-Effektes sein Maximum erreicht, wenn die Kraftlinien zur spiegelnden Fläche senkrecht stehen, so wurden alle meine Beobachtungen bei polarer Magnetisierung ausgeführt.

---

1) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, p. 289.

2) Eine vorläufige Mitteilung der wesentlichen von mir erhaltenen Resultate findet sich Phys. Zeitschr. 13. p. 642. 1912.

Literatur.

Die Literatur[1]) des Kerr-Effektes ist infolge seiner Mannigfaltigkeit stark angewachsen. Ich möchte deshalb nur eine kurze Zusammenfassung angeben, die die allmähliche Entwicklung des von mir behandelten speziellen Falles zeigt.

Kerr[2]) (1876) hat seine Entdeckung gemacht für den Fall der Reflexion an der polierten Stirnfläche des Poles des Elektromagneten, also für den Fall einer polaren Magnetisierung. Er hat qualitativ nachgewiesen, daß die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bei der Erregung des Feldes in einer Richtung entgegen derjenigen der magnetisierenden Ströme gedreht wird (eine solche Drehung wollen wir als negativ, die entgegengesetzte als positiv bezeichnen). Obwohl Kerr nur über sehr primitive Mittel verfügte, ist er doch zur klaren und vielseitigen Auffassung der *qualitativen* Verhältnisse gekommen. Die folgenden Beobachter, die im Besitze viel stärkerer Elektromagnete und besserer optischer Hilfsmittel waren, haben den Effekt auch *quantitativ* untersucht. Gordon[3]) erhielt für Eisen $-13{,}5'$ Drehung. Hall[4]) konstatierte eine negative Drehung für Kobalt und Nickel. Righi[5]) hatte bei seinen ersten Versuchen für Stahlspiegel ca. $-18{,}5'$ Drehung gefunden; bei späteren Untersuchungen[6]) stellte er fest, daß die Drehung mit einer schwachen Elliptizität zusammen auftritt, und daß die Größe der Drehung mit abnehmender Wellenlänge sich verkleinert. Später hat Kundt[7]) noch größere Drehungen erhalten, indem er durchsichtige und undurchsichtige Spiegel benutzte, die elektrolytisch auf platiniertem Glase hergestellt wurden. Die Drehung betrug für Eisen- und Kobaltschichten ca. $-30'$, für Nickel $-10'$. Kundt bezog die Spiegel mit einer dünnen galvanischen Silber- oder Kupferschicht und fand, daß dann der Effekt verschwindet. Das zeigt, daß man es hier nicht mit einem Faraday-Effekt in der an den Polen anliegenden Luftschicht zu tun hat, sondern tatsächlich mit

1) Vgl. A. Winkelmann, Handb. d. Phys. **5**, Elektrizität und Magnetismus II, p. 398; und W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, p. 262.

2) J. Kerr, Phil. Mag. (5) **3.** p. 339. 1877.

3) J. E. H. Gordon, Phil. Mag. (5) **4.** p. 104. 1877.

4) E. H. Hall, Phil. Mag. (5) **12.** p. 171. 1881.

5) A. Righi, Ann. de Chim. et Phys. (6) **4.** p. 433. 1885.

6) A. Righi, Ann. de Chim. et Phys. (6) **9.** p. 117. 1886.

7) A. Kundt, Wied. Ann. **23.** p. 228. 1884.

dem Einfluß des magnetisierten Metalles. Die atmosphärische Luft zeigt in der Tat den Faraday-Effekt, und wenn wir die Verdetsche Konstante für Luft den Siertsemaschen[1]) Werten entnehmen, so können wir die Größenordnung der Drehung in doppelter Luftschicht zwischen den Polen bestimmen. Die Drehung ist aber so verschwindend klein, daß wir bei magnetooptischen Messungen das Korrektionsglied ohne Bedenken weglassen können. Weiterhin fand Kundt[2]), daß die Drehung bei Reflexion an einem Eisenspiegel zugleich mit Vergrößerung der Feldstärke sich einem Grenzwert nähert, analog der Magnetisierung selbst. Erst Du Bois[3]) bewies, daß die Drehung der Polarisationsebene proportional der Magnetisierung ist; dabei bezeichnete er den Proportionalitätsfaktor mit dem Namen: Kerrsche Konstante. Da ein magnetisierter Körper, der in homogenem Magnetfelde eine homogene Magnetisierung zeigt, nur ein Ellipsoid sein kann, so benutzte Du Bois bei seinen Untersuchungen als Spiegel kleine geschliffene Flächen auf der Oberfläche eines gestreckten Ellipsoids aus Stahl, Eisen, Kobalt und Nickel. Es hat sich dabei herausgestellt, daß die Drehung für eine senkrechte Inzidenz dem Kosinus des Winkels zwischen der Normale auf der spiegelnden Fläche und der Magnetisierungsrichtung proportional ist, also bei polarer Magnetisierung am größten erscheint. Du Bois hat auch die Dispersion im sichtbaren Spektrum untersucht. Für Eisen nimmt die Drehung, absolut genommen, mit zunehmender Wellenlänge zu, für Kobalt ergibt sich (absolut genommen) ein schwaches Minimum in Grün-Blau, für Nickel ein Minimum (absolut genommen) in Gelb, dagegen für Magnetit ein Maximum in Gelb (für diesen haben sich die Drehungen als positiv gegen negativ bei den anderen erwiesen). Ingersoll[4]) hat die Dispersionsmessungen für dieselben Metalle auf das ultrarote Gebiet zwischen 0,7—4,0 μ erstreckt. Die Drehungen haben (absolut genommen) ein Maximum ungefähr bei 1 μ und nehmen bei zunehmender Wellenlänge ab; bei Nickel und Kobalt dagegen kehren sie das Vorzeichen um. Die Zeemanschen[5]) Beobachtungen haben endgültig festgestellt, daß die

---

1) L. H. Siertsema, Versl. Kon. Ak. Wet. Amsterdam **7**. p. 289. 1899.
2) A. Kundt, Wied. Ann. **27**. p. 199. 1886.
3) H. Du Bois, Wied. Ann. **39**. p. 25. 1890.
4) L. R. Ingersoll, Phil. Mag. **11**. p. 41. 1906.
5) P. Zeeman, Leiden Comm. Nr. 15. 1895.

Kerrsche Drehung eigentlich den Winkel zwischen den linearen Schwingungen des einfallenden Lichtes und der großen Achse der reflektierten elliptischen gibt. Die Parameter der Ellipse wurden von Zeeman bei der *D*-Linie für Eisen und Kobalt gemessen.

In den letzten Jahren beschäftigte sich eine Reihe amerikanischer Physiker eingehend mit den magnetooptischen Eigenschaften der durch Kathodenzerstäubung erhaltenen Metallniederschläge. Die Resultate weisen darauf hin, daß der Kerr-Effekt durch die Beschaffenheit und Herstellungsweise dieser Niederschläge beeinflußt ist. Harris[1]), Skinner und Tool[2]) haben den Reflexionseffekt an ferromagnetischen Schichten nur nebenher behandelt, daher sind auch die Ergebnisse nicht sehr vollständig. Ingersoll[3]) hat systematisch im Falle der Eisenniederschläge die Dispersion (bis 2 μ) der Drehung, die Abhängigkeit des Effektes von der Dicke der Eisenschicht und den Einfluß des an die Metallschicht anliegenden Mediums untersucht, indem er die Metallniederschläge mit verschiedenen durchsichtigen Flüssigkeiten bedeckte. Neulich hat sich Loria[4]) mit dem Kerr-Effekt beschäftigt; er hat die Dispersion der Drehung und die Abhängigkeit von der Magnetisierung für eine Reihe ferromagnetischer Legierungen und chemischer Verbindungen durchgeführt. Für Kupriferrit ($CuO \cdot Fe_2O_3$) und für Magnetit konstatierte er eine Vorzeichenumkehrung bei der Drehung im Bereiche des sichtbaren Spektrums.[5])

---

1) W. D. Harris, Phys. Review **24.** p. 337. 1907.

2) C. A. Skinner und A. Q. Tool, Phil. Mag. **16.** p. 833. 1908.

3) L. R. Ingersoll, Phil. Mag. **18.** p. 74. 1909.

4) St. Loria, Kosmos **35.** p. 621. 1910; Versl. Kon. Ak. van Wet. Amsterdam p. 835. May 1910.

5) Nachdem meine im Göttinger Institut durchgeführten Beobachtungen im Frühjahr 1911 abgeschlossen und ihre Darstellung bzw. theoretische Bearbeitung im Sommer der Phil. Fakultät als Dissertation eingereicht worden ist, erschien über den gleichen Gegenstand eine Abhandlung von P. D. Foote (Phys. Review **34.** p. 96. 1912). Die von Foote und von mir erhaltenen Resultate zeigen im allgemeinen eine gute Übereinstimmung. Außerdem wurden über den magnetooptischen Kerr-Effekt bei ferromagnetischen Verbindungen und Legierungen zwei Arbeiten veröffentlicht: die eine von St. Loria (Ann. d. Phys. **38.** p. 889. 1912) und die andere von P. Martin (Ann. d. Phys. **39.** p. 625. 1912). Die erste ist eine Erweiterung der früher publizierten Beobachtungen, die andere eine Fortsetzung der Loriaschen Untersuchungen.

Beobachtungsmethode.

Meine Vorversuche über den Kerr-Effekt wurden mit Hilfe eines Fuessschen Polarisationsspektrometers (von Nakamura[1]) beschrieben) mit Glimmerkompensator ausgeführt. Trotz der Vorzüge dieses Apparates haben die Messungen eine der Kleinheit des Effektes entsprechende Genauigkeit nicht ergeben (der mittlere Beobachtungsfehler für gelbes Licht schwankte in den Grenzen $\pm 1{,}5'$). Dann hat mir Hr. Prof. W. Voigt eine andere Einrichtung, die den gewünschten Forderungen entsprach, vorgeschlagen. Den Hauptvorzug dieser Methode bildete die Anwendung der Halbschattenvorrichtung, sowohl für die Drehungs- wie für die Elliptizitätsmessungen. Die Halbschattenapparate gestatten es bekanntlich, die Genauigkeit der Messungen bedeutend zu steigern. Der Beschreibung dieser Vorrichtung werden theoretische Überlegungen vorangehen, welche den Ausgangspunkt für die praktische Anwendung dieser Methode gebildet haben.

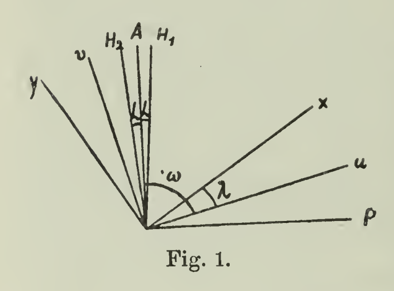


Fig. 1.

Es falle elliptisches Licht mit seinen Hauptachsen x und y auf ein Glimmerblättchen mit den Schwingungsrichtungen u und v. Wir wollen durch χ den Winkel zwischen den Ellipsenachsen und den Hauptrichtungen im Glimmer, durch δ die Phasenverzögerung des Glimmers, bezeichnen. Von den zwei Schwingungskomponenten G_1 und G_2 längs der Hauptrichtungen des Glimmers werden wir die Schwingung G_1 als die langsamere betrachten. Die Gleichungen der Ellipse in bezug auf die Hauptachsen lassen sich folgendermaßen schreiben:

$$x = F \cos T \qquad y = \pm \varkappa F \sin T\,,$$

wo F die große Ellipsenachse, $\varkappa$ das Achsenverhältnis, T die Phase ist. Das Vorzeichen + oder — entspricht einem positiven bzw. negativen Rotationssinn. Wir nehmen $G_1 \parallel u$ und $G_2 \parallel v$. Die elliptischen Schwingungen nach dem Durchgang

1) S. Nakamura, Ann. d. Phys. 20. p. 810. 1906.

durch den Glimmer zerlegen sich in folgende Komponenten:

$$u = F \operatorname{Cos}(T-\delta) \operatorname{Cos}\chi \mp \varkappa F \operatorname{Sin}(T-\delta) \operatorname{Sin}\chi,$$
$$v = F \operatorname{Cos} T \operatorname{Sin}\chi \qquad \pm \varkappa F \operatorname{Sin} T \operatorname{Cos}\chi.$$

Dann fallen diese Schwingungen auf einen Halbschattenapparat mit den Richtungen H_1 und H_2; diese bilden mit der Mittellinie A die Winkel $\mp h$. Den Winkel zwischen u und A bezeichnen wir mit ω. Aus der einen Hälfte des Gesichtsfeldes des Halbschattenapparates treten folgende Schwingungen aus:

$$H_1 = F[\operatorname{Cos}(T-\delta) \operatorname{Cos}\chi \mp \varkappa \operatorname{Sin}(T-\delta) \operatorname{Sin}\chi] \operatorname{Cos}(\omega - h)$$
$$+ F[\operatorname{Cos} T \operatorname{Sin}\chi \pm \varkappa \operatorname{Sin} T \operatorname{Cos}\chi] \operatorname{Sin}(\omega - h).$$

Aus der anderen Hälfte:

$$H_2 = F[\operatorname{Cos}(T-\delta) \operatorname{Cos}\chi \mp \varkappa \operatorname{Sin}(T-\delta) \operatorname{Sin}\chi] \operatorname{Cos}(\omega + h)$$
$$+ F[\operatorname{Cos} T \operatorname{Sin}\chi \pm \varkappa \operatorname{Sin} T \operatorname{Cos}\chi] \operatorname{Sin}(\omega + h).$$

Die letzten Ausdrücke gestalten sich, wenn wir die Abkürzungen $\operatorname{Cos} T = C$, $\operatorname{Sin} T = S$, $\cos\delta = c$, $\sin\delta = s$ einführen, folgendermaßen:

$$H_{\frac{1}{2}} = FC[c \operatorname{Cos}\chi \operatorname{Cos}(\omega \mp h) \pm \varkappa s \operatorname{Sin}\chi \operatorname{Cos}(\omega \mp h)$$
$$+ \operatorname{Sin}\chi \operatorname{Sin}(\omega \mp h)] + FS[s \operatorname{Cos}\chi \operatorname{Cos}(\omega \mp h)$$
$$\mp \varkappa c \operatorname{Sin}\chi \operatorname{Cos}(\omega \mp h) \pm \varkappa \operatorname{Cos}\chi \operatorname{Sin}(\omega \mp h)].$$

Die Lichtintensität wird durch die Summe der Quadrate der komponierenden Amplituden gemessen, so erhalten wir für die Intensitäten in beiden Hälften des Gesichtsfeldes folgendes:

$$J_{\frac{1}{2}} = (\operatorname{Cos}^2\chi + \varkappa^2 \operatorname{Sin}^2\chi) \operatorname{Cos}^2(\omega \mp h)$$
$$+ (\operatorname{Sin}^2\chi + \varkappa^2 \operatorname{Cos}^2\chi) \operatorname{Sin}^2(\omega \mp h) + \frac{c}{2} \operatorname{Sin} 2\chi \operatorname{Sin} 2(\omega \mp h)$$
$$\pm \varkappa s \operatorname{Sin} 2(\omega \mp h) - \frac{1}{2} \varkappa^2 c \operatorname{Sin} 2\chi \operatorname{Sin} 2(\omega \mp h).$$

Auf Grund der Beziehungen

$$\operatorname{Cos}^2\chi + \varkappa^2 \operatorname{Sin}^2\chi = \frac{1+\varkappa^2}{2} + \frac{1-\varkappa^2}{2} \operatorname{Cos} 2\chi$$
$$\operatorname{Sin}^2\chi + \varkappa^2 \operatorname{Cos}^2\chi = \frac{1+\varkappa^2}{2} - \frac{1-\varkappa^2}{2} \operatorname{Cos} 2\chi$$

erhalten wir die Formel

$$J_{\frac{1}{2}} = \frac{1+\varkappa^2}{2} + \frac{1-\varkappa^2}{2} \operatorname{Cos} 2\chi \operatorname{Cos} 2(\omega \mp h)$$
$$\pm \varkappa s \operatorname{Sin} 2(\omega \mp h) + \frac{1-\varkappa^2}{2} c \operatorname{Sin} 2\chi \operatorname{Sin} 2(\omega \mp h)$$

Daraus ergibt sich, daß der Unterschied der Intensitäten der beiden Hälften des Gesichtsfeldes beträgt:

$$J_1 - J_2 = [(1-\varkappa^2) \operatorname{Cos} 2\chi \operatorname{Sin} 2\omega \mp 2\varkappa s \operatorname{Cos} 2\omega - (1-\varkappa^2) c \operatorname{Sin} 2\chi \operatorname{Cos} 2\omega] \operatorname{Sin} 2h .$$

Da $\operatorname{Sin} 2h \neq 0$, so können die beiden Hälften nur dann gleiche Beleuchtung besitzen, wenn der Ausdruck in der eckigen Klammer verschwindet, d. h.

$$(1-\varkappa^2)(\operatorname{Cos} 2\chi \operatorname{Sin} 2\omega - c \operatorname{Sin} 2\chi \operatorname{Cos} 2\omega) = \pm 2\varkappa s \operatorname{Cos} 2\omega .$$

$\varkappa$ im Kerr-Effekt ist so klein, daß $\varkappa^2$ als Größe zweiter Ordnung gegen die Eins vernachlässigt werden kann. So wird die letzte Gleichung zu:

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{tg} 2\omega \operatorname{Cos} 2\chi - \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin} 2\chi = \pm 2\varkappa \operatorname{Sin} \delta ,$$

wobei $+$ und $-$ dem positiven bzw. negativen Rotationssinn entspricht.

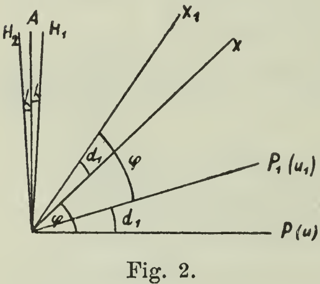


Fig. 2.

In dem zweiten Falle, wo $G_2 \parallel u$ und $G_1 \parallel v$ ist, erhält man eine analoge Formel, indem man in die des ersten Falles $-\delta$ statt $+\delta$ einsetzt:

$$\text{(2)} \left\{ \begin{aligned} &\operatorname{tg} 2\omega \operatorname{Cos} 2\chi - \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin} 2\chi \\ &\qquad = \mp 2\varkappa \operatorname{Sin} \delta . \end{aligned} \right.$$

In dieser Gleichung entspricht das negative Zeichen dem positiven, das positive Zeichen dem negativen Rotationssinn.

Die vorangehenden Überlegungen gestatten es, für die Bestimmung der Elliptizität des Lichtes folgende Einrichtungen zu benutzen.

Die Schwingungsrichtungen des Glimmers u und v werden parallel zu P bzw. A justiert. Das Licht, welches zuerst lineär polarisiert war (durch einen Polarisator mit einer Schwingungsrichtung P), erleidet eine Modifikation infolge der Reflexion an einem magnetisierten Spiegel, wobei die große Ellipsenachse jetzt in eine Richtung x fällt und einen Winkel φ mit der P-Richtung bildet. Die beiden Hälften des Gesichtsfeldes hören auf, gleich hell beleuchtet zu sein; damit man wieder die frühere Gleichheit herstellt, muß man den Polarisator zugleich mit dem Glimmer (I. Typus) oder den Polarisator

allein, ohne den Glimmer zu bewegen (II. Typus), um einen gewissen kleinen Winkel drehen.

Wir wollen zunächst den ersten Typus besprechen (Fig. 2). Wenn wir den Polarisator mit dem Glimmer um einen Winkel d_1 (PP_1) drehen, so dreht sich um denselben Betrag die große Ellipsenachse; die letztere fällt dann in die Richtung x_1. Wir setzen $G_1 \parallel u$. Auf Grund der Beziehung $\omega = \frac{\pi}{2} - d_1$ und $\chi = \varphi$ erhalten wir aus der früher abgeleiteten Formel (1):

$$\operatorname{tg} 2\, d_1 \operatorname{Cos} 2\, \varphi + \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin} 2\, \varphi = \mp\, 2\, \varkappa \operatorname{Sin} \delta\,.$$

Wenn wir $G_2 \parallel u$ einstellen, erhalten wir im allgemeinen einen anderen Winkel d_2; in dieser Lage wird die Gleichung (2) zu:

$$\operatorname{tg} 2\, d_2 \operatorname{Cos} 2\, \varphi + \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin} 2\, \varphi = \pm\, 2\, \varkappa \operatorname{Sin} \delta\,.$$

Durch Addition und Subtraktion der beiden letzten Formeln erhalten wir:

$$(\operatorname{tg} 2\, d_1 + \operatorname{tg} 2\, d_2) \operatorname{Cos} 2\, \varphi = -\, 2 \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin} 2\, \varphi\,,$$

$$(\operatorname{tg} 2\, d_1 - \operatorname{tg} 2\, d_2) \operatorname{Cos} 2\, \varphi = \mp\, 4\, \varkappa \operatorname{Sin} \delta$$

oder:

$$(3)\quad \operatorname{Cos} \delta = -\, \frac{\operatorname{Sin} 2\, (d_1 + d_2)}{2 \operatorname{tg} 2\, \varphi \operatorname{Cos} 2\, d_1 \operatorname{Cos} 2\, d_2}\,,$$

$$(4)\quad \varkappa = \mp\, \frac{\operatorname{Cos} 2\, \varphi \operatorname{Sin} 2\, (d_1 - d_2)}{4 \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Cos} 2\, d_1 \operatorname{Cos} 2\, d_2}\,.$$

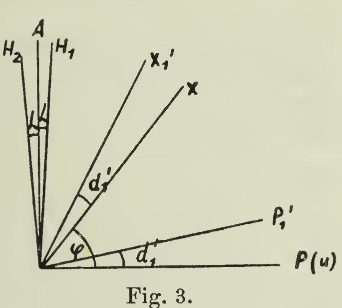


Fig. 3.

Bei dem zweiten Typus der Einrichtung (Fig. 3) wird nur der Polarisator gedreht. Bei $G_1 \parallel u$:

$$x = \varphi + d'_1\,, \qquad \omega = \frac{\pi}{2}\,.$$

Bei $G_2 \parallel u$:

$$x = \varphi + d'_2\,, \qquad \omega = \frac{\pi}{2}\,.$$

Die Gleichungen (1) und (2) werden zu:

$$\operatorname{Sin} 2\, (\varphi + d'_1) = \mp\, 2\, \varkappa \operatorname{tg} \delta\,,$$

$$\operatorname{Sin} 2\, (\varphi + d'_2) = \pm\, 2\, \varkappa \operatorname{tg} \delta\,.$$

Durch Addition und Subtraktion erhält man:

$$\mathrm{Sin}\,(2\,\varphi + d'_1 + d'_2)\,\mathrm{Cos}\,(d'_1 - d'_2) = 0\,,$$
$$\mathrm{Cos}\,(2\,\varphi + d'_1 + d'_2)\,\mathrm{Sin}\,(d'_1 - d'_2) = \mp\,2\,\varkappa\,\mathrm{tg}\,\delta\,.$$

Die Winkel d'_1 und d'_2 unterscheiden sich von den Winkeln d_1 und d_2 beim ersten Typus.

Die Vorversuche haben die erste Methode als praktischer erwiesen, daher wurde sie in der Arbeit angewandt.

Es ist aber notwendig, hier eine Bemerkung zu machen. Die Winkel d_1 und d_2 werden eingestellt bei zwei um 90^0 verschiedenen Lagen des Glimmers. Es fragt sich nun, ob diese beiden Lagen einander gleichwertig sind, mit anderen Worten, ob die Intensitäten nach der Einstellung auf Gleichheit in beiden Fällen dieselben bleiben. Die Rechnungen zeigen, daß die Differenz der Lichtintensitäten gleich ist:

$$\varDelta\,J = \varkappa\,\mathrm{Cos}\,2\,h\,\mathrm{Sin}\,2\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,2\,\delta\,.$$

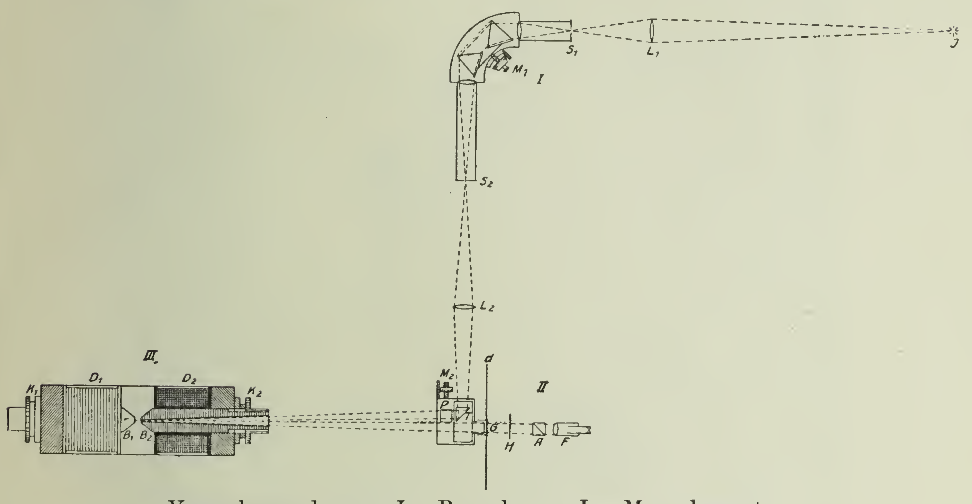
Größen höherer Ordnungen werden dabei vernachlässigt. Diese Intensitätsdifferenz ist also von einer Reihe Faktoren abhängig; sie ist um so kleiner, je kleiner Drehung und Elliptizität sind. Diese Differenz verschwindet für eine Phasenverzögerung des Glimmers $\delta = \frac{\pi}{2}$. Da aber die Phasenverzögerung eine Funktion der Wellenlänge ist, so muß man dies in Betracht ziehen. Trotz der Kleinheit des Kerr-Effektes wurde dieser Einfluß bemerkbar; es zeigte sich in der einen Lage ein größerer mittlerer Beobachtungsfehler als in der anderen. Deshalb kann also diese Methode nicht allgemein mit demselben δ angewandt werden.

Versuchsanordnung.

Eine Linse L_1 gab das Bild eines Lichtbogens J auf dem Spalt S_1 des Monochromators. Die homogenen Lichtstrahlen, die aus dem Monochromatorspalt S_2 ausgingen, wurden mit Hilfe der Linse L_2 in ein schwach konvergentes Lichtbündel verwandelt und im Prisma T total reflektiert; dann wurden sie in einem Glanschen Nicol P polarisiert und fielen durch die konische Durchbohrung des vorderen Magnetpoles B_2 beinahe senkrecht auf den zwischen den Polen B_1 und B_2 befindlichen Metallspiegel. Die Brennweite der Linse L_2 wurde so gewählt, daß das Bild des Spaltes auf den zu untersuchenden

Spiegel fiel. Das reflektierte Bündel kehrte durch die Öffnung im Pol B_2 zurück und gelangte durch das Glimmerblättchen G, durch den Halbschattenapparat H und den Nicol A (ebenfalls nach Glan) zum Fernrohr F (Fig. 4).

Wir wollen die einzelnen Teile näher beschreiben, indem wir mit der Polarisationsanordnung (II) als dem wesentlichsten Teile beginnen. Um die Drehung des Polarisators um sehr kleine Winkel zu ermöglichen, wurde ein Apparat (Sartorius-Göttingen) nach Angaben von Prof. Voigt konstruiert (vgl.



Versuchsanordnung: J = Bogenlampe, I = Monochromator, II = Polarisationsapparat, III = Elektromagnet.
Fig. 4.

Fig. 5). Das Tischchen N, auf dem sich der Polarisator befand, wurde um eine horizontale Achse O mittels des Hebels C und der Mikrometerschraube M_2 gedreht. Ein Rahmen R, welcher mit dem Tischchen N verbunden war, war mit einem Metallrohr U, welches zur Glimmerfassung diente, versehen. Diese Fassung war mit Leichtigkeit auf das Rohr aufzusetzen bzw. vom Rohr wegzunehmen. Die Al-Stäbe dd dienten zu kleinen Drehungen des Glimmers gegen den Polarisator. Die geringe Exzentrizität des Nicols und Glimmers gegen die Drehungsachse konnte auf die Resultate wegen sehr kleiner Drehungswinkel nicht von Einfluß sein. Das totalreflektierende Prisma T ruhte unbeweglich auf dem Pfeiler des Apparates. Die Mikro-

meterschraube wurde mit einem Spiegel und einer Skala in einer Entfernung von etwa 5 m kalibriert. Es hat sich dabei herausgestellt, daß derjenige Teil der Schraube, welcher für meine Messungen exklusive benutzt war, einen genügend gleichmäßigen Gang besitzt. Für den Wert einer Trommelteilung erhielt ich 14,06″ ± 0,01″.

Um einen geeigneten Halbschattenapparat hier anzuwenden, habe ich viele Vorversuche mit verschiedenen Typen

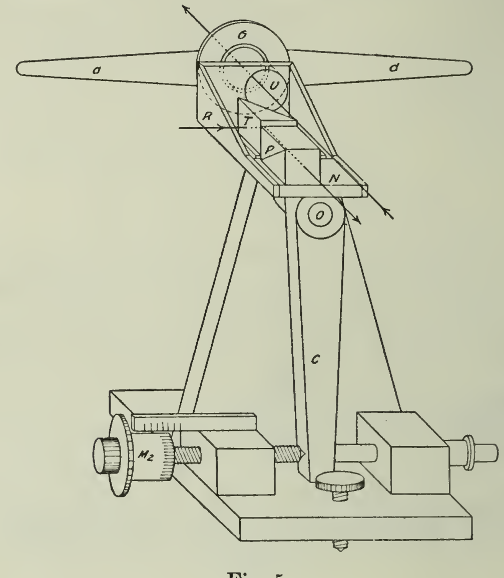


Fig. 5.

von Halbschattenapparaten ausgeführt. Am günstigsten hat sich schließlich eine dünne, ca. 0,07 mm dicke, senkrecht zur optischen Achse geschnittene Quarzplatte (Steeg und Reuter) erwiesen.

Die Drehung in dieser Platte betrug für gelbes Licht ca. 1,5°, für violettes das Doppelte davon. Die Quarzplatte bedeckte nur eine Hälfte des Gesichtsfeldes und war daher ein asymmetrischer Halbschattenapparat. In theoretischer Hinsicht ist das nicht von Wichtigkeit, dagegen hatte es praktisch den Nachteil, daß die Nullstellung ihre Lage in verschiedenen Spektralbereichen wegen der Rotationsdispersion des Quarzes

variierte. Da es aber vorteilhaft war, die Drehungen des Polarisators stets in demselben Schraubenteile zu messen, so mußte man den Analysator drehen, damit die Nullstellung ihre frühere Lage behielt. Einen weiteren und wichtigeren Nachteil dieser Einrichtung bildete die Vergrößerung des Halbschattenwinkels mit kleineren Wellenlängen, was im Zusammenhang mit der anomalen Dispersion des Kerr-Effektes (in den meisten Fällen) die Beobachtungsgenauigkeit herabsetzt; die auf diesem Wege für verschiedene Farben erhaltenen Werte besitzen verschiedenes Gewicht.

Die zwei Spulen D_1, D_2 des Elektromagnets (III) hatten einen Gesamtwiderstand von 1,68 Ohm. Die Stirnfläche der konusförmig endenden Pole hatte einen Diameter von 7 mm; die Öffnung im Pol B_2 einen Diameter von 2 mm. Die Teilkreise K_1 und K_2 erlaubten eine genaue Regulierung der Poldistanz. Die größte durch den Spulendraht geschickte Stromstärke überstieg 8 Amp. nicht, weil eine noch höhere Stromstärke den Magneten zu schnell erwärmte. Die Stromrichtung wurde mittels eines Kommutators geändert. Ich verwandte dabei einen elektrolytischen Schlüssel, um damit den schädigenden Einfluß der Selbstinduktion zu verringern. Die unter günstigsten Umständen erreichte Feldstärke näherte sich einer Größe von 22000 Gauss. Man muß hier bemerken, daß der absolute Wert der Feldstärke ohne Wichtigkeit ist, da es sich nur darum handelte, die Sättigung des magnetisierten Metalles zu erreichen. Die magnetische Feldstärke wurde mittels der Widerstandsänderung einer flachen Wismutspirale, die senkrecht zu den Kraftlinien gestellt wurde, gemessen. Die von mir benutzte Wismutspirale wurde von der Firma Hartmann & Braun geeicht. Da die ferromagnetischen Metalle die magnetische Feldstärke in verschiedener Weise beeinflussen, so mußte ich die Messungen der Feldstärke für jeden Metallspiegel in Abhängigkeit vom Strom ausführen (mit einer Genauigkeit 0,3 Proz. und einem Polabstand von 2,5—5 mm).

Die Mikrometerschraube M_1 des Monochromators I (Fuess-Steglitz) nach Wüllfing wurde mit Hilfe bekannter Spektrallinien kalibriert (He, H, Hg u. a.). Die Spaltbreite mußte der Farbe angepaßt werden. Da die Dispersion des Glases nach Violett zu ziemlich stark zunimmt, so wurde die Breite des Austrittspaltes für kürzere Wellenlängen größer gewählt. Der Spektralbereich, welcher durch den Spalt durchgelassen

wurde, betrug 6—8 $\mu\mu$ für die mittlere in Betracht kommende Wellenlänge.

Zur Lichtquelle diente eine selbstregulierbare Bogenlampe (Winkel-Göttingen), die sich sehr gut bewährt hat. Die Anode verschob sich automatisch horizontal, wodurch das Bild vom Spalte nicht wegging. Die maximale Stromstärke betrug 30 Amp. Versuche mit dem Sonnenlicht haben sich als zu mühsam erwiesen.

Die Lichtstrahlen fielen auf den Metallspiegel unter einem Einfallswinkel von etwa 1°. Um aber jedwede Komplikation, infolge einer nicht ganz senkrechten Reflexion vom Metall, zu vermeiden, war das einfallende Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert. Bei den Beobachtungen von Righi[1]) haben die Abweichungen bis zu 15° von der senkrechten Richtung im Kerr-Effekt noch keine merklichen Veränderungen hervorgerufen. Der Winkel zwischen den beiden mittleren Strahlen des einfallenden und reflektierten Bündels in unserem Falle überstieg nicht 2°.

Ein näheres Eingehen auf die Formeln (3) und (4) und die Bemerkung (p. 12) betreffs des Beleuchtungsunterschiedes bei den Hauptlagen des Glimmers zeigt, daß die Messungen sich am günstigsten bei einem Gangunterschiede des Glimmers von $\frac{\lambda}{4}$ gestalten. Da aber die Dispersion des Gangunterschieds zu berücksichtigen ist, so müßte man über eine ganze Reihe Glimmerblättchen, welche die Phasenverzögerung $\frac{\pi}{2}$ in verschiedenen Spektralbereichen aufweisen, verfügen. Wegen der großen Schwierigkeit, dies praktisch durchzuführen, benutzte ich ein Glimmerblättchen von $\frac{\pi}{2}$ für gelbes Licht.

Die Messungen wurden folgenderweise ausgeführt. Ich nahm zunächst den Glimmer weg und bestimmte die doppelte (infolge der Kommutation des Stromes) Drehung $2\,\varphi$. Danach stellte ich den Polarisator auf seinen Nullpunkt ein und setzte wieder in den Strahlengang den Glimmer, welchen ich in seiner Fassung mittels des langen Hebels dd in Fig. 5 so lange drehte, bis $G_1 \parallel P$ war. Darauf erregte ich wieder das Feld und bestimmte den doppelten Winkel $2\,d_1$; indem ich dies Verfahren im Falle $G_2 \parallel P$ wiederholte, erhielt ich den doppelten Winkel $2\,d_2$.

---

1) A. Righi, Ann. de Chim. et Phys. (6) 9. p. 120. 1886.

Durch Substitution der beobachteten Werte 2φ, $2d_1$ und $2d_2$ in die Formel (3) berechnete ich die Phasenverzögerung im Glimmer, danach mit dem bekannten Gangunterschiede aus der Formel (4) die Elliptizität $\varkappa$. Ich habe die Phasenverzögerung des Glimmers auch mit Hilfe eines Babinet-Kompensators zu messen versucht; die dabei erhaltenen Werte hatten aber einen viel größeren mittleren Fehler ($\pm 1^0$) als die, welche aus den über den Kerr-Effekt gemachten Beobachtungen berechnet wurden ($\pm 0{,}2^0$). Daher benutzte ich die mit dem Kompensator gemessenen Werte nur zur Orientierung, um große Fehler zu vermeiden.

Untersuchungsmaterial.

Die für die Messungen verwendeten Spiegel wurden von der Firma Schmidt & Haensch in kreisförmigen Scheiben (2 mm dick, 7 mm Diameter) geschliffen. Die Spiegel wurden mit Hilfe eines Statives zwischen die Pole des Elektromagneten gestellt. Dieses Stativ besaß zwei zueinander senkrechte Rotationsachsen, damit man den Spiegel normal zur Mittellinie zwischen den einfallenden und reflektierten Strahlen einstellen könne.

Außer Stahl, Kobalt, Nickel habe ich auch folgende Substanzen untersucht: Magnetit, Heuslersche Legierungen, sowie Eisen- und Nickelniederschläge auf Glas.

Dr. Fr. Heusler hat in liebenswürdigster Weise zwei seiner Legierungen zugesandt: die Legierung Nr. 32 (58,9 Proz. Cu, 26,5 Proz. Mn, 14,6 Proz. Al) stark magnetisch, die Legierung Asteroth (74,1 Proz. Cu, 16,9 Proz. Mn und 9 Proz. Al), die schwächer magnetisch war.

Die Eisen- bzw. Nickelniederschläge auf planem schwarzem Glase wurden durch galvanische Zerstäubung in einer verdünnten Wasserstoffatmosphäre erhalten. Diese Methode hat Biernacki[1]) gebraucht. Ich benutzte dafür die Einrichtung von Hrn. Moroński, welcher diese Spiegel für die Untersuchungen des Faraday-Effektes herstellt. Die Glasblättchen befanden sich in einer gewissen Entfernung parallel zu einem dünnen Eisen- oder Nickelstreifen, welcher mittels eines starken Stromes hellrot glühend gemacht wurde; die Zerstäubung ging ziemlich schnell vor sich. Die erhaltenen Spiegel zeigten einen starken Metallglanz.

---

1) W. Biernacki, Ann. d. Phys. **16.** p. 943. 1905.

Alle untersuchten Spiegel zeigten in größerem oder kleinerem Maße eine singuläre Eigenschaft. Wenn ich den Spiegel, ohne das Feld zu erregen, um eine zur spiegelnden Fläche senkrechte Achse drehte, bemerkte ich eine Ungleichheit in den beiden Halbschattenfeldern: mit anderen Worten, erlitt die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes infolge der Drehung des Spiegels eine Drehung. Die Größe dieser Drehungen erreichte manchmal $\pm 30'$ gegen die Symmetrielage. Nähere Untersuchungen darüber haben eine gewisse Anisotropie der Spiegel erwiesen. Bei den auf Glas zerstäubten Spiegeln ließ sich diese Anisotropie wegschaffen, wenn man den Spiegel während der Zerstäubung drehte. Es weist darauf hin, daß das vom Strom im Zerstäubungsapparat erregte Magnetfeld den Spiegel mit einem remanenten Magnetismus versieht, welcher die beobachtete Erscheinung zu bedingen scheint. Ich stellte fest, daß die massiven Spiegel auch eine manchmal starke magnetische Remanenz aufwiesen. So dürfte man vielleicht diese Anisotropie mittels des remanenten Magnetismus des Metalles erklären können (also mittels eines gewissermaßen modifizierten Kerr-Effektes). Um die dadurch möglichen Komplikationen zu vermeiden, justierte ich die Spiegel immer so, daß die Symmetrierichtungen dieser singulären Eigenschaft $\parallel$ bzw. $\perp$ zur Einfallsebene sich befanden. Inwieweit die Drehungen des Spiegels den Kerr-Effekt beeinflußten, werde ich später für jeden Spiegel einzeln angeben.

Beobachtungsresultate.

Wir wollen von jetzt ab bezeichnen: durch H die magnetische Feldstärke in Gauss ausgedrückt; durch λ die Wellenlänge in $\mu\mu$; durch φ die einfache Drehung der Polarisationsebene in Minuten und Sekunden, durch $\varkappa$ die Elliptizität (das Verhältnis der kleinen zur großen Ellipsenachse). Was das Vorzeichen der Elliptizität anbetrifft, so will ich die Elliptizität ebenso wie die Drehung als positiv bzw. negativ bezeichnen, je nachdem der Umlaufssinn der Ellipse derselbe oder verschieden von der Stromrichtung im Magnet ist.

Stahlspiegel.

Es wurden zwei Stahlspiegel aus verschiedenem Material untersucht; der erste Spiegel wurde bei der Firma Winkel-

Göttingen, der zweite bei Schmidt & Haensch hergestellt.

Es ergab sich, daß sowohl die Drehung wie die Elliptizität für Stahl im sichtbaren Spektrum negativ sind. Die Dispersionsmessungen für Stahl wurden bei möglichst großen H ausgeführt, damit man sich soweit wie möglich der Sättigung der magnetischen Spiegel nähert. Es wurde dafür die Abhängigkeit des Kerr-Effektes von der Feldstärke untersucht. Die Ergebnisse für die beiden Spiegel sind zahlenmäßig in den Tabb. I u. II, graphisch in den Figg. 6 u. 7 dargestellt. Die Übereinstimmung der Resultate in beiden Fällen ist eine ziemlich gute, wenn

Stahl.

Tabelle I.

λ	Stahlspiegel I (H = 20350)		Spiegel II (H = 20000 G.)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
439	– 15′ 9″	– 0,00443	– 15′ 53″	—
471	– 16′ 5″	460	– 17′ 5″	– 0,00413
505	– 17′ 11″	483	– 18′ 22″	432
546	– 19′ 10″	489	– 20′ 33″	433
588	– 21′ 38″	485	– 22′ 43″	416
623	– 23′ 18″	469	– 24′ 17″	398
656	– 24′ 31″	451	– 25′ 42″	380

Tabelle II.

H	Spiegel I (λ = 588 $\mu\mu$)		Spiegel II (λ = 588 $\mu\mu$)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
2750	– 3′ 17″	– 0,00059		
2850			– 3′ 24″	– 0,00055
5950			– 7′ 17″	124
8750	– 11′ 14″	212		
10950			– 13′ 57″	245
14300	– 17′ 21″	358		
14550			– 18′ 42″	334
17250			– 21′ 9″	385
17900	– 20′ 10″	439		
20000			– 22′ 43″	416
20350	– 21′ 38″	485		
21950	– 22′ 13″	505		

man die Verschiedenheit der Herkunft des Materials bedenkt. Die Kurven $\varphi(\lambda)$ besitzen eine schwache Wendung; man dürfte danach Ultraviolett zu einem Maximum erwarten; im

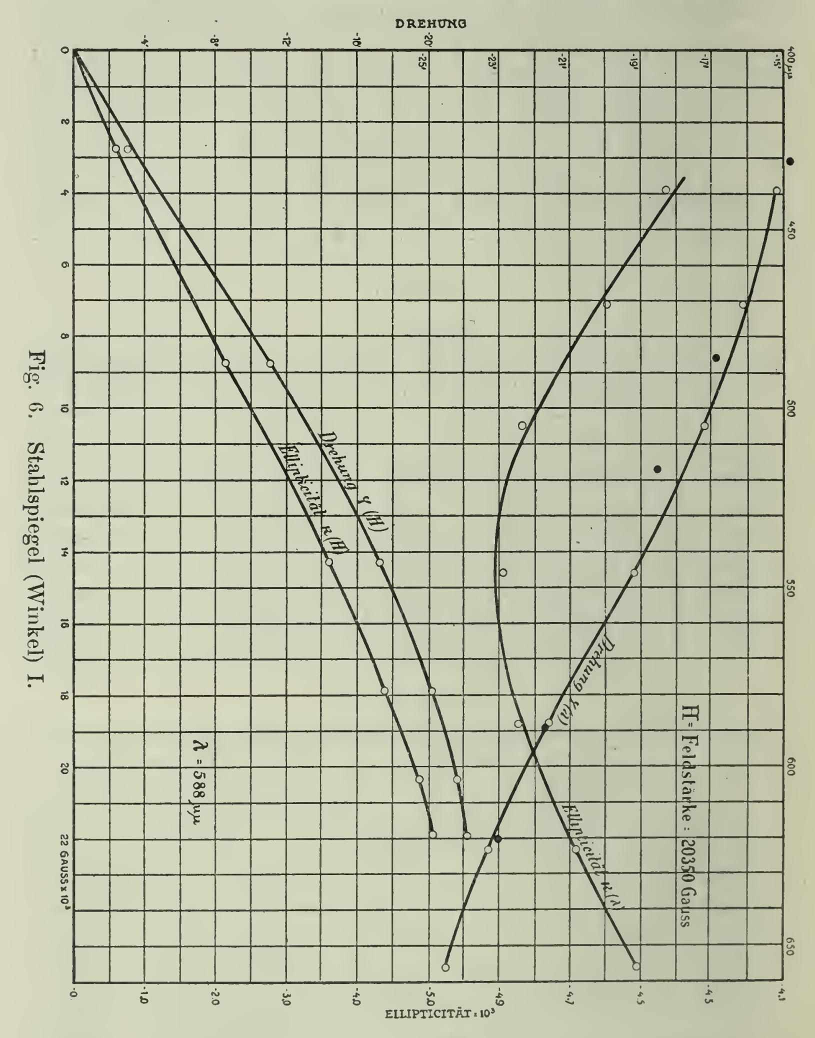


Fig. 6. Stahlspiegel (Winkel) I.

Ultrarot besitzen die Kurven ein Minimum (ca. $-32'$) in der Nähe von $1\,\mu$, wie das Ingersoll[1]) gefunden hat. Die Kurven $\varkappa(\lambda)$ haben ein Minimum für Gelbgrün. Die Elliptizität für

1) L. R. Ingersoll, Phil. Mag. **11.** p. 62. 1906.

den Spiegel I ist im allgemeinen größer, und das Minimum ist den längeren Wellenlängen zu verschoben. Die Kurven $\varphi(H)$ ergeben, daß die Magnetisierung der Spiegel eine Sättigung

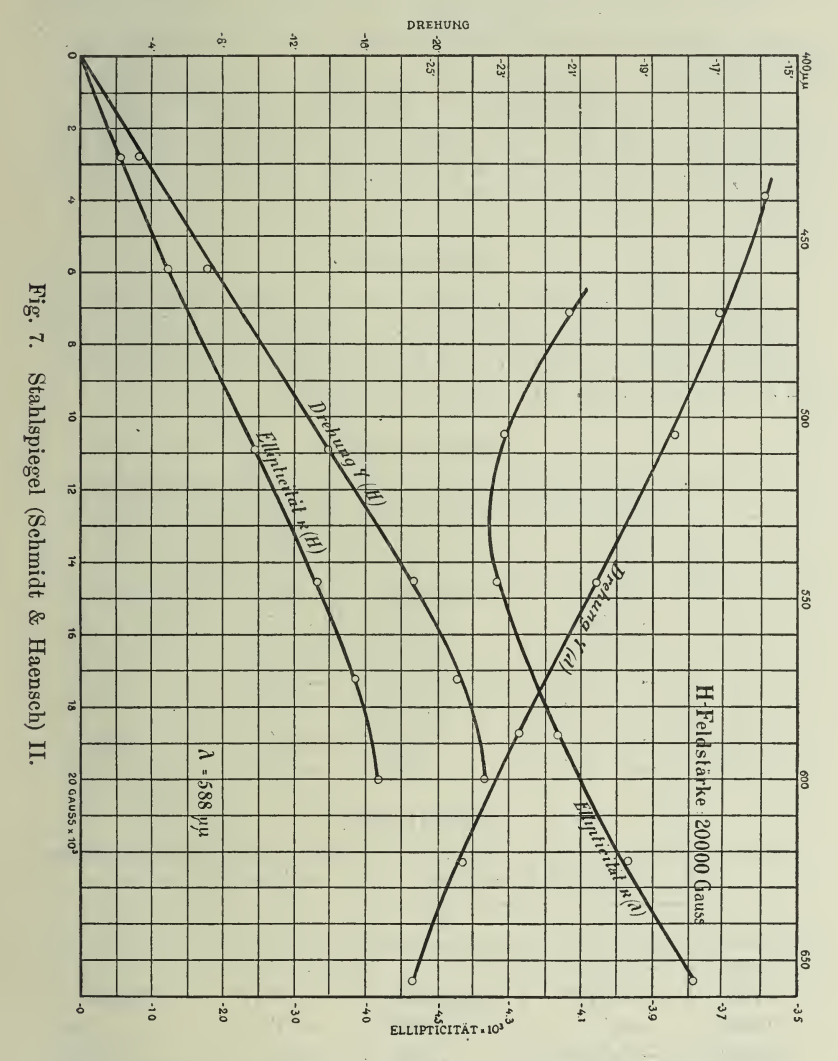


Fig. 7. Stahlspiegel (Schmidt & Haensch) II.

nicht vollständig erreicht hat. Die Magnetisierung des Spiegels II kam der Sättigung näher, wie man aus dem Vergleich der Kurven $\varphi(H)$ sieht; und dadurch werden sich wahrscheinlich die im allgemeinen größeren Drehungen erklären lassen. Das

Vorhandensein einer Proportionalität zwischen der Elliptizität und Magnetisierung kann man auf Grund der Kurve $\varkappa(H)$ nicht entschieden behaupten.

Der Verlauf der Dispersion der Drehung nach Du Bois[1]) war analog; das wird durch schwarze Punkte auf der Fig. 6 dargestellt.

Was die Genauigkeit der Messungen anbetrifft, so ist zu bemerken, daß jede Zahl einer Serie als Mittel aus 10 Beobachtungen erhalten wurde; der mittlere Fehler für Gelb betrug $\pm 5''$, aber vergrößerte sich etwas bei anderen Farben.

Kobaltspiegel.

Es wurden zwei verschiedene, aus demselben Material hergestellte Spiegel untersucht. Drehung und Elliptizität sind für Kobalt negativ. Die Resultate sind in den Tabb. III, IV und den Figg. 8 u. 9 zusammengestellt.

Tabelle III.

λ	Spiegel I (H = 18400 G.)		Spiegel II (H = 18400 G.)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
439	− 20′ 37″	− 0,001166	− 21′ 42″	− 0,001595
471	− 20′ 8″	1069	− 21′ 13″	1334
505	− 19′ 41″	0917	− 20′ 54″	1223
546	− 19′ 38″	0918	− 20′ 42″	1135
588	− 19′ 41″	0841	− 20′ 51″	1038
623	− 19′ 59″	0762	− 21′ 3″	0857
656	− 20′ 11″	0699	− 21′ 22″	0697

Tabelle IV.

H	Spiegel I (λ = 588 $\mu\mu$)		Spiegel II (λ = 588 $\mu\mu$)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
2350	− 2′ 52″		− 3′ 40″	
7550	− 10′ 12″	− 0,000269	− 11′ 14″	− 0,000368
12500	− 16′ 7″	462	− 17′ 37″	0738
15850	− 18′ 49″	698	− 20′ 1″	0951
18400	− 19′ 41″	841	− 20′ 51″	1038
19950	− 20′ 3″	877	− 21′ 11″	1051

1) H. Du Bois, l. c.

Die Kurven $\varphi(\lambda)$ besitzen ein Maximum für 540 $\mu\mu$. Die Dispersion hat einen ziemlich flachen Verlauf, mit einem Minimum im Ultrarot (ca. $-23'$, nach Ingersoll[1])). Die

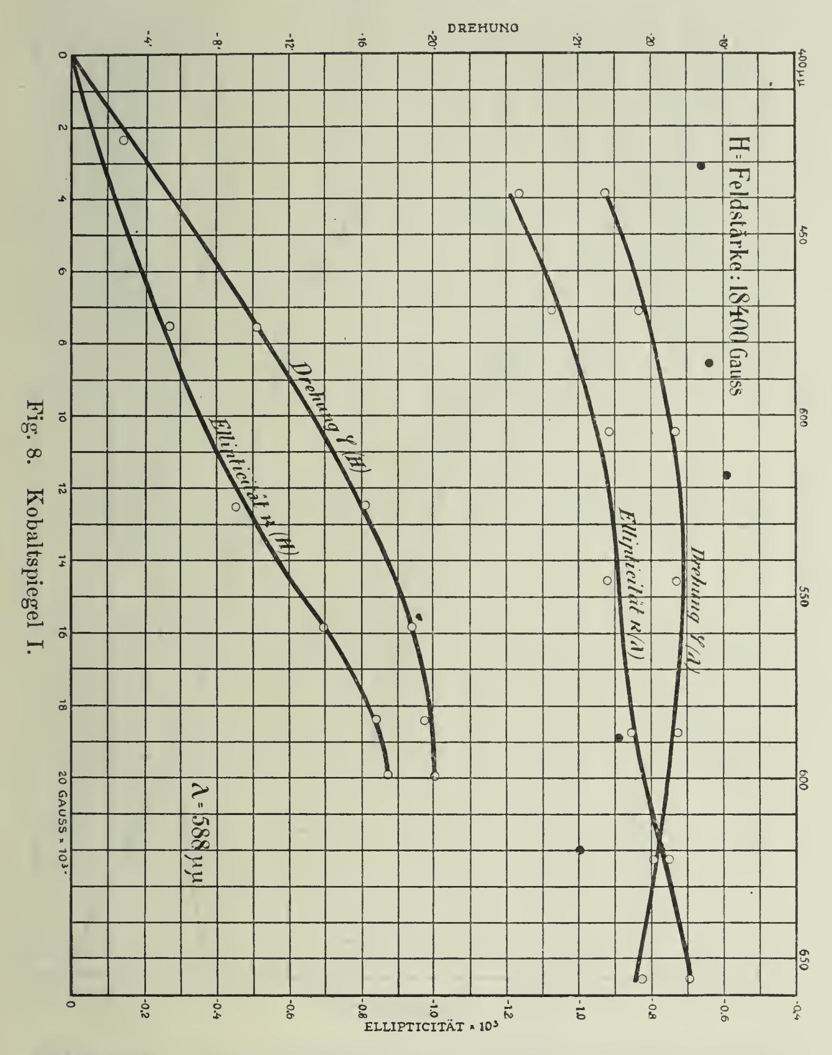


Fig. 8. Kobaltspiegel I.

Kurven $\varkappa(\lambda)$ lassen eine Wendung bemerken; die Dispersion ist normal. Die Elliptizität für Kobalt ergibt sich viermal so klein als diejenige des Eisens. Die Resultate von Du Bois

1) L. R. Ingersoll, l. c.

(die Drehungen) sind mit schwarzen Punkten in der Fig. 8 gekennzeichnet. Die Kurven $\varphi(H)$ zeigen, daß die Sättigung

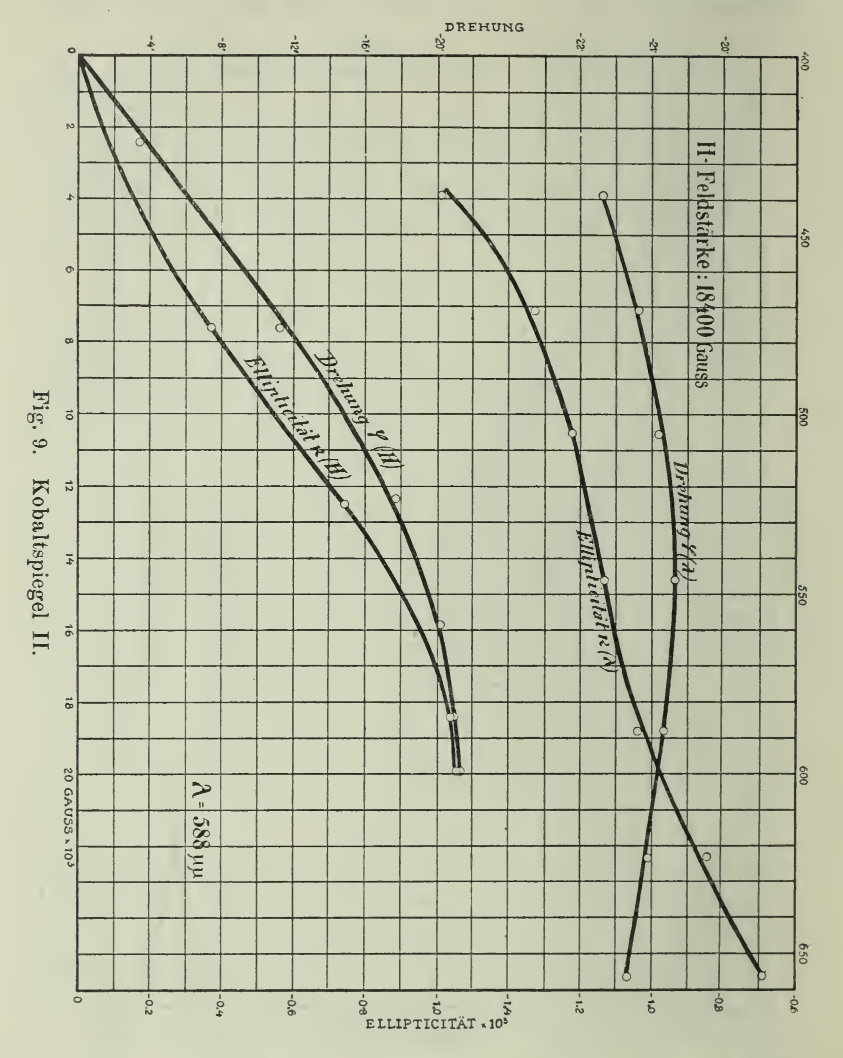


Fig. 9. Kobaltspiegel II.

beinahe erreicht wurde. Dabei verlaufen $\varkappa(H)$ und $\varphi(H)$ nicht proportional.

Die Abweichung der Resultate für beide Spiegel ist auffallend. Die Kurve $\varphi(\lambda)$ II, die im allgemeinen analog verläuft, ist um $1'$ parallel verschoben gegen die Kurve des Spiegels I.

Dagegen haben die Kurven $\varkappa(\lambda)$ im Rot dieselben Punkte, aber diese gehen ziemlich weit auseinander im Ultraviolett. Es scheint mir die folgende Bemerkung diese Komplikationen etwas zu erleuchten. Indem ich die Kobaltspiegel, ohne das Feld zu erregen, um die Strahlen drehte, fand ich einen beträchtlichen Einfluß der Lage auf die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes: für den Spiegel I: $\pm 29'$, für II: $\pm 14'$; der Einfluß zerlegte sich symmetrisch in bezug auf zwei singuläre Richtungen. Wir haben das schon früher erwähnt und durch die remanente Magnetisierung zu erklären versucht. Die Beobachtungen haben erwiesen, daß die Drehung nicht so stark wie die Elliptizität dem Einfluß der Lage des Spiegels unterliegt. So ist es daher möglich, daß die Spiegel während den Beobachtungen sich nicht in ganz (in dieser Hinsicht) gleichwertigen Lagen befanden, was eine Abweichung der Dispersionskurven (für I und II) zur Folge haben müßte.

Nickelspiegel.

Die zwei Nickelspiegel haben eine weitgehende Übereinstimmung der Resultate miteinander erwiesen (Tabb. V u. VI,

Nickel.

Tabelle V.

λ	Spiegel I (H = 17700 G.)		Spiegel II (H = 17700 G.)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
439	− 9′ 10″	− 0,00094	− 9′ 18″	− 0,00086
471	− 8′ 47″	− 50	− 8′ 53″	− 44
505	− 8′ 11″	− 26	− 8′ 14″	− 25
546	− 7′ 58″	− 18	− 8′ 4″	− 15
588	− 8′ 16″	− 03	− 8′ 18″	− 04
623	− 8′ 30″	+ 14	− 8′ 31″	+ 14
656	− 8′ 28″	+ 26	− 8′ 42″	+ 27

Tabelle VI.

H	Spiegel I (λ = 588 $\mu\mu$)		Spiegel II (λ = 546 $\mu\mu$)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
3000	− 3′ 4″		− 2′ 52″	− 0,00002
7200	− 7′ 43″		− 7′ 23″	12
11150	− 8′ 10″		− 7′ 58″	17
14600	− 8′ 11″		− 8′ 6″	15
17700	− 8′ 16″		− 8′ 4″	15
19250	− 8′ 12″		− 8′ 5″	16

Figg. 10 u. 11). Die Drehungen sind negativ, die Elliptizität dagegen kehrt ihr Vorzeichen um in der Nähe von 600 $\mu\mu$,

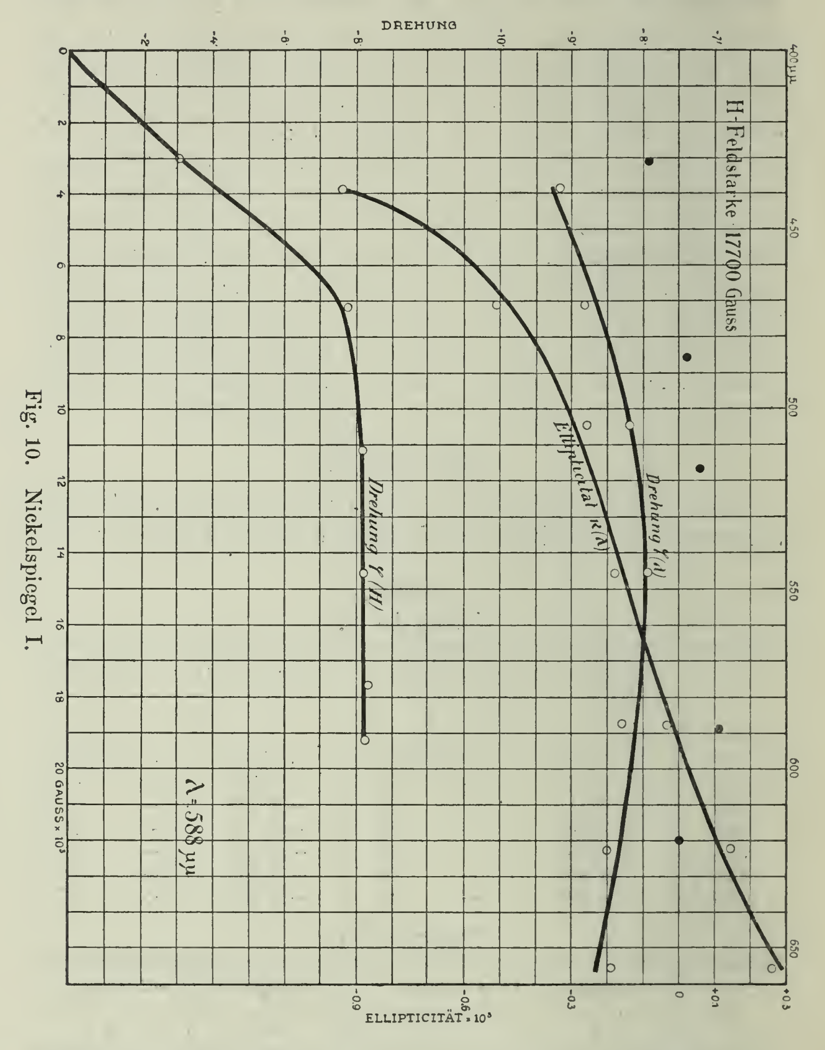


Fig. 10. Nickelspiegel I.

wobei sie positiv für Rot wird. Die Kurve φ (λ) hat ein schwaches Maximum für 545 $\mu\mu$.

Die Resultate von Du Bois (in der Fig. 10 mit schwarzen Punkten angegeben) stimmen mit den meinigen nicht überein. Die Kurve φ (λ) von Du Bois ist meiner analog

ausgestaltet, aber ungefähr um 1′ parallel verschoben. Man wird das vielleicht dadurch erklären können, daß bei Du Bois die Magnetisierung die Sättigung nicht erreicht hat. Das

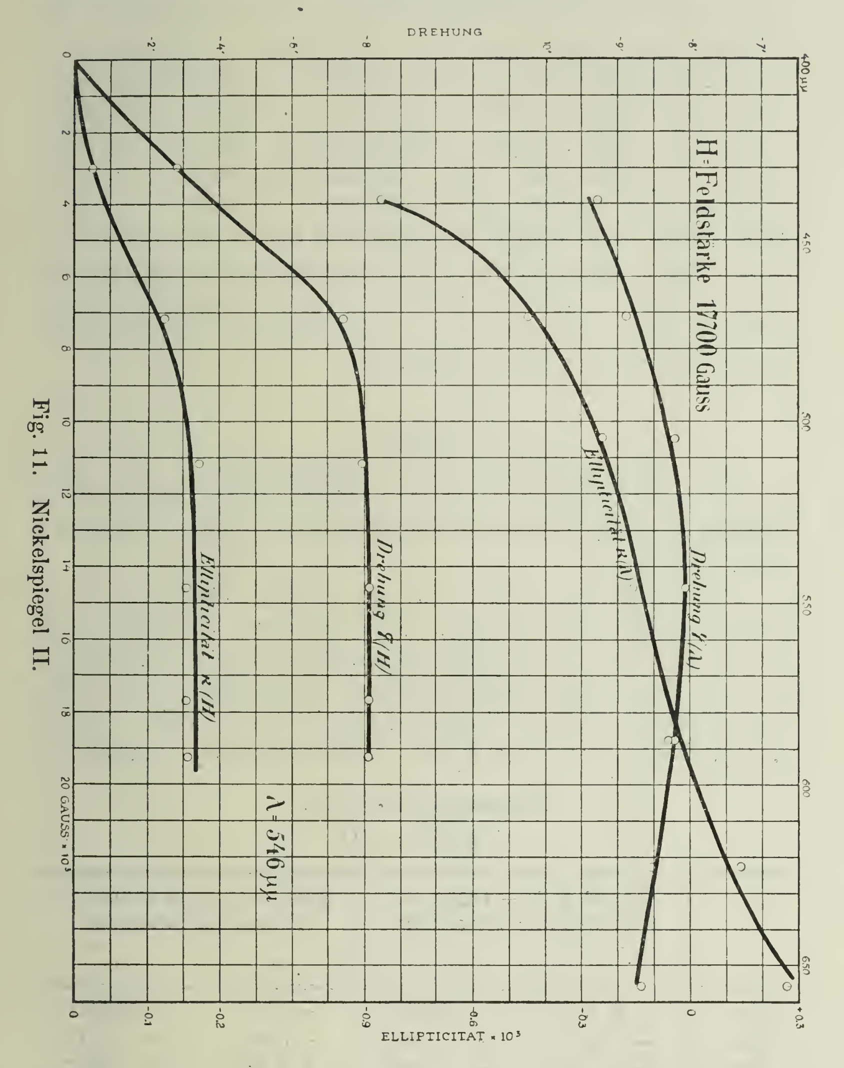


Fig. 11. Nickelspiegel II.

Minimum der Kurve von Du Bois befindet sich etwa um 30 $\mu\mu$ weiter nach Rot zu. Wenn man aber bedenkt, daß bei der Betrachtung der Du Boisschen Resultate der primitiven Methode seiner Spektralzerlegung Rechnung zu tragen ist,

so wird uns die Ursache dieses Unterschiedes vielleicht verständlich.

Nach Ingersoll hat die Drehung für Ultrarot ein schwaches Minimum (—12′) in der Nähe von 0,8 μ; danach steigt sie auf Null und wird positiv für 1,5 μ. Die Kurve $\varkappa(\lambda)$ erweist eine starke Dispersion und passiert die 0-Linie im sichtbaren Spektrum. Mit anderen Worten: für 600 $\mu\mu$ wird der Kerr-Effekt durch eine reine Drehung charakterisiert. Die Kurve $\varphi(H)$ macht ersichtlich, daß diese Dispersionsmessungen auch bei Sättigung der Magnetisierung ausgeführt wurden. Die Kurve $\varkappa(H)$ nähert sich ebenso asymptotisch einem Maximum, was einer Proportionalität zwischen Elliptizität und Magnetisierung entsprechen würde. Die Rotation des Spiegels um die Strahlenrichtung blieb ohne Einfluß auf die Drehung; die Elliptizität wurde dabei doch etwas beeinflußt.

Magnetit.

Ich untersuchte auch zwei Magnetitspiegel; der eine stammt aus der Moriah Mine (New York), der zweite aus Traversella (Piemont); letzterer wurde von der Firma Krantz in Bonn geliefert.

Die spiegelnde Fläche wurde parallel der natürlichen Oktaederfläche aufgeschliffen. Die Rotation der Spiegel um die Achse normal zur spiegelnden Fläche hat einen Einfluß auf den Kerr-Effekt nicht erwiesen. Die Kurven haben für beide Kristalle dasselbe Aussehen (Tabb. VII u. VIII, Figg. 12 u. 13). Die Kurve geht in der Nähe von 470 $\mu\mu$ durch die

Magnetit ($FeO \cdot Fe_2O_3$).

Tabelle VII.

λ	Spiegel I (H = 16200 G.) (Moriah Mine-New York)		Spiegel II (H = 15800 G.) (Traversella-Piemont)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
439	− 3′ 36″	+ 0,00093	− 2′ 8″	+ 0,00119
471	− 0′ 33″	+ 106	+ 0′ 53″	+ 111
505	+ 2′ 1″	+ 078	+ 2′ 35″	+ 037
546	+ 4′ 12″	+ 017	+ 3′ 18″	− 019
588	+ 5′ 24″	− 096	+ 3′ 51″	− 093
623	+ 5′ 19″	− 157	+ 3′ 23″	− 152
656	+ 4′ 34″	− 205	+ 2′ 30″	− 183

Tabelle VIII.

H	Spiegel II ($\lambda = 588\,\mu\mu$) (Traversella-Piemont)	
	φ	$\varkappa$
2750	$+ 1' 29''$	$-$ 0,00036
6450	$+ 2' 46''$	$-$ 072
9400	$+ 3' 28''$	$-$ 081
12450	$+ 3' 44''$	$-$ 081
15800	$+ 3' 51''$	$-$ 093

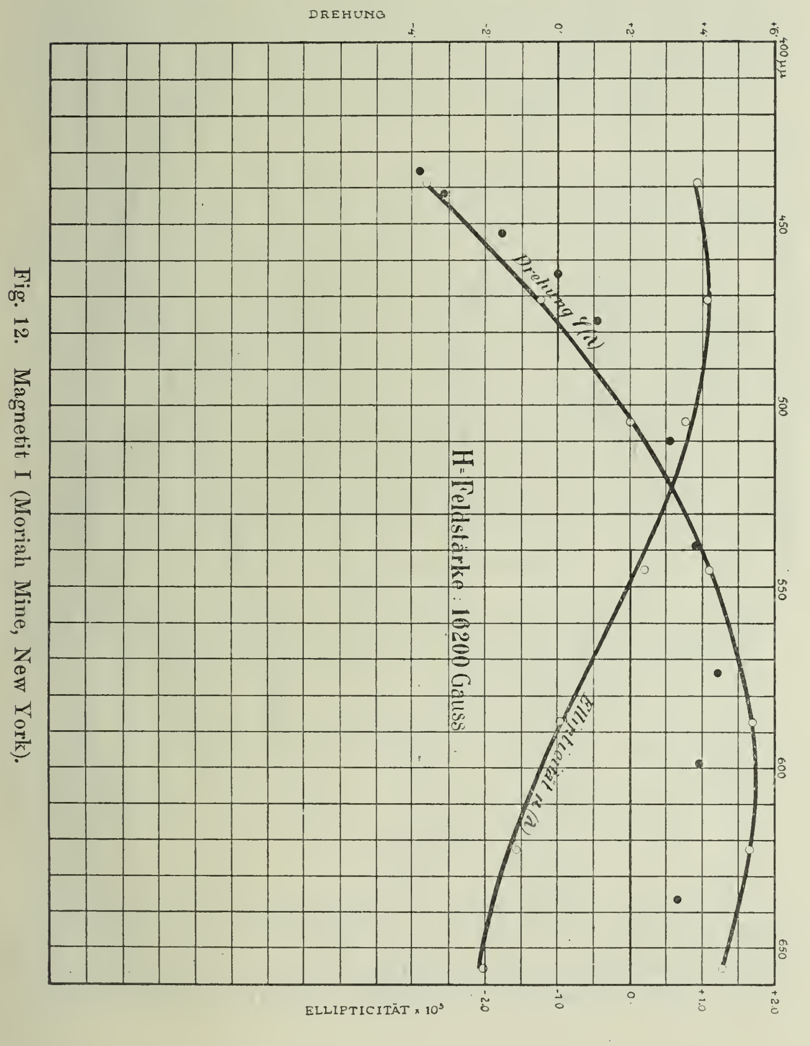


Fig. 12. Magnetit I (Moriah Mine, New York).

Nullinie und erreicht ein Maximum für Gelb auf der positiven Seite, danach schneidet sie wiederum die Nullinie (nach Ingersoll) hinter 1 μ. Die $\varkappa(\lambda)$-Kurve schneidet auch die Nullinie

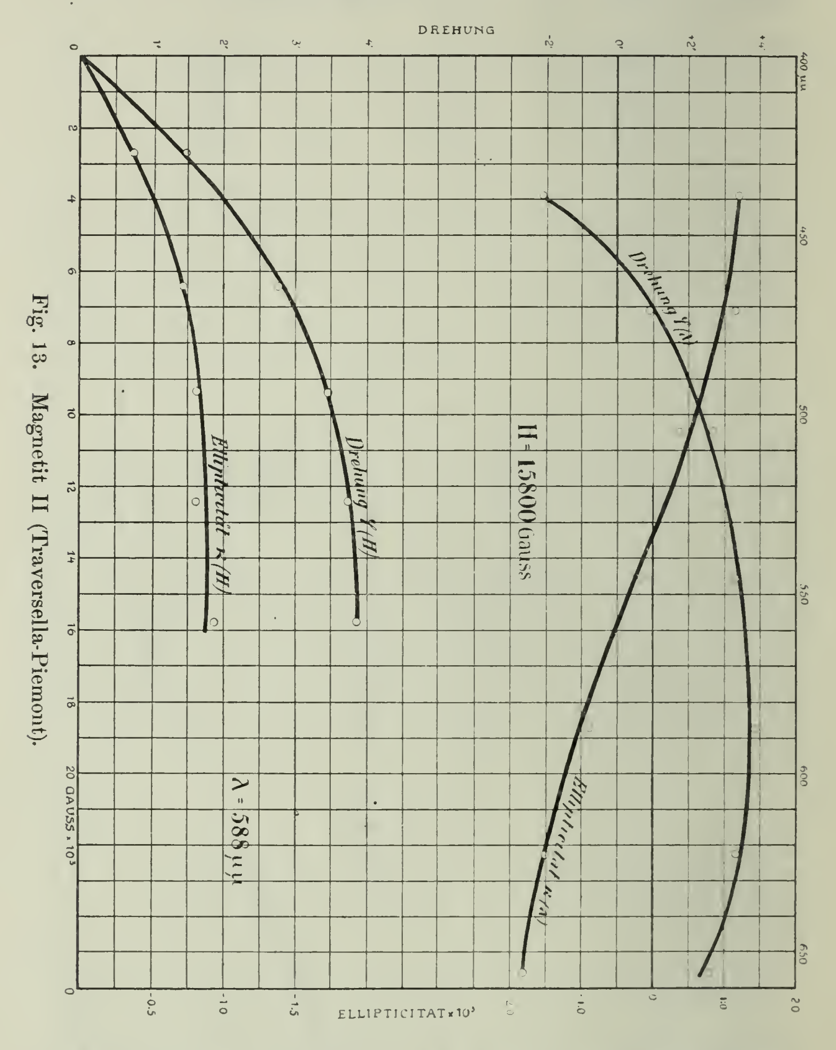


Fig. 13. Magnetit II (Traversella-Piemont).

im Grün und wird für kürzere Wellenlängen auf der positiven Seite verlaufen. Man hat eine geringe Wendung im Violett, woraus man dort ein Maximum vermuten kann. Die Dispersion der Elliptizität ist deutlich ausgeprägt; die Überein-

stimmung ist eine sehr gute. Dagegen unterscheiden sich die Größen der Drehung in beiden Fällen wesentlich. Ich glaube aber, daß zum Teil die Verschiedenheit der Herkunft sowie die komplizierten magnetischen Eigenschaften dieser Kristalle diese Differenz begründen können. Die Resultate von Du Bois und Loria[1]) (auf Fig. 12 schwarz gekennzeichnet) stimmen besser mit meinem zweiten (II. Kristall) überein. Wir haben für Magnetit im sichtbaren Spektrum zwei singuläre Punkte: in dem einen wird der Kerr-Effekt ausschließlich durch Elliptizität, im anderen durch Drehung charakterisiert. Die Beobachtungen wurden auch bei Sättigung des Magnetits gemacht, was in der Kurve $\varphi(H)$ Ausdruck findet. Die Kurve $\varkappa(H)$ erweist auch eine Proportionalität der Magnetisierung.

Heuslersche Legierungen.

Die im Jahre 1900 von Heusler entdeckten ferromagnetischen Legierungen haben sich in magnetooptischer Hinsicht bis jetzt als unwirksam erwiesen.

Ingersoll, Tokmaczew und zuletzt Loria haben, trotz einer großen Genauigkeit (besonders der letzte), eine Spur der Drehung im ganzen sichtbaren Spektrum nicht konstatieren können. Dies negative Resultat scheint ziemlich schwer zu erklären sein, weil die oben erwähnten Beobachter Legierungen mit starken magnetischen Eigenschaften benutzt haben.

Von den zwei Legierungen, die ich zur Verfügung hatte, war Nr. 32 bedeutend stärker magnetisch (Magnetisierungs-

Heuslersche Legierung Nr. 32.

Tabelle IX.

λ	Spiegel I (H = 16800 G.)		Spiegel II (H = 16800 G.)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
439	+ 0′ 8″	– 0,00046	+ 0′ 3″	– 0,00066
471	– 0′ 27″	46	– 0′ 59″	64
505	– 1′ 2″	42	– 1′ 33″	64
546	– 1′ 19″	35	– 2′ 4″	42
588	– 1′ 29″	16	– 2′ 15″	20
623	– 1′ 27″	09	– 2′ 10″	10
656	– 1′ 20″	—	– 2′ 7″	—

1) St. Loria, l. c.

2) Tokmaczew, Abh. d. russ. phys.-chem. Ges. 42. 1910.

Tabelle X.

H	Spiegel I ($\lambda = 588\ \mu\mu$)		Spiegel II ($\lambda = 588\ \mu\mu$)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
2600	$-0'\,46''$	$-0{,}00007$	$-1'\,14''$	$-0{,}00014$
6400	$-1'\,0''$	13	$-1'\,45''$	17
10050	$-1'\,17''$	14	$-2'\,3''$	18
13450	$-1'\,23''$	15	$-2'\,4''$	18
16800	$-1'\,29''$	16	$-2'\,15''$	20

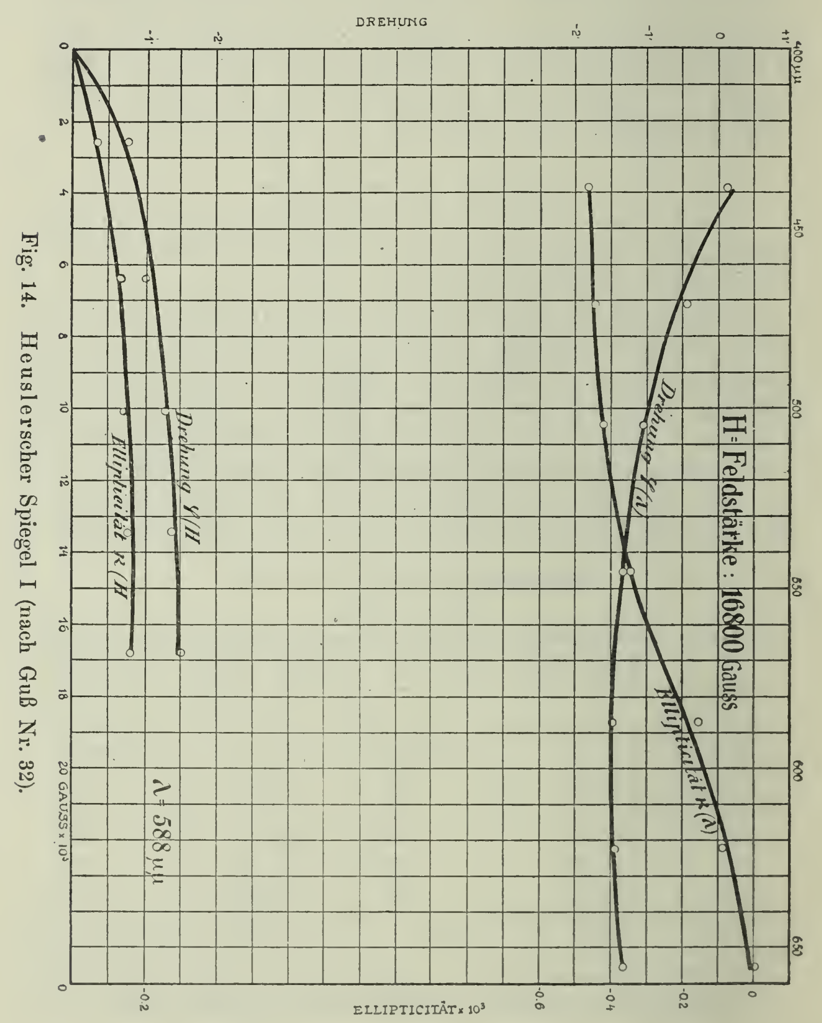


Fig. 14. Heuslerscher Spiegel I (nach Guß Nr. 32).

koeffizient war ca. $^2/_3$ des für Gußeisen) als Asteroth; es hat auch nur die erste einen merklichen Kerr-Effekt erwiesen.

Ich erhielt an zwei aus der Legierung Nr. 32 hergestellten

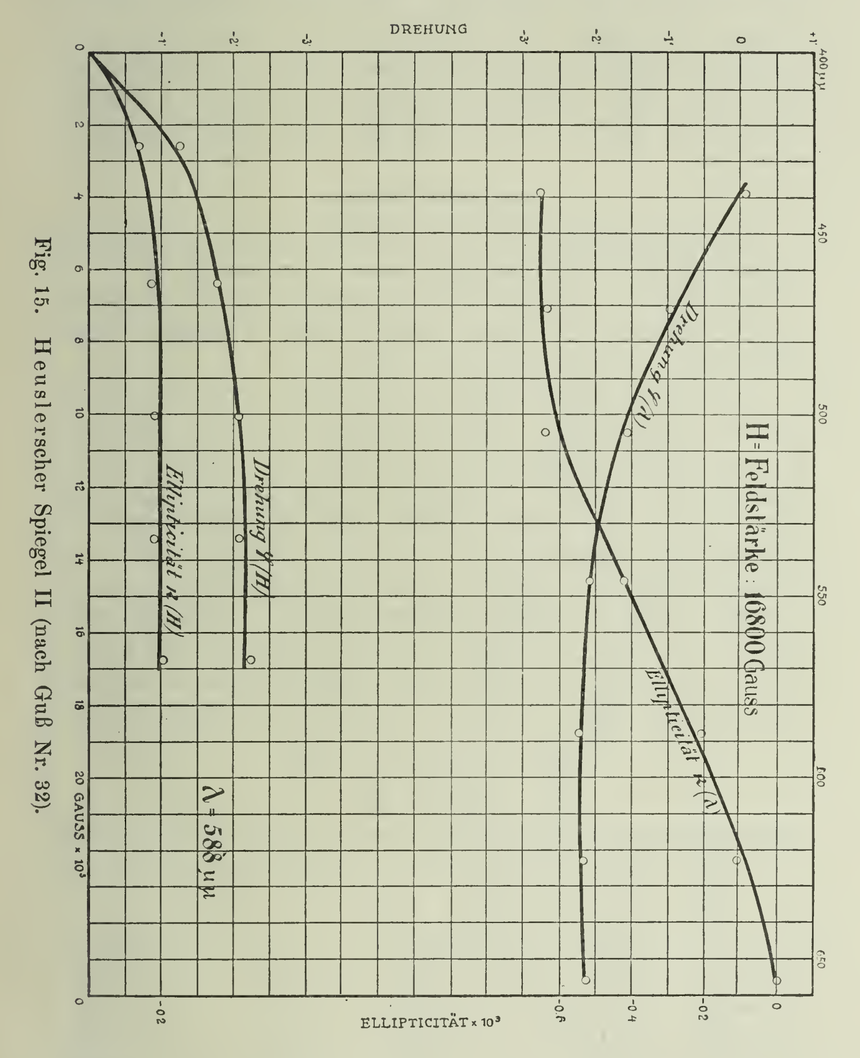


Fig. 15. Heuslerscher Spiegel II (nach Guß Nr. 32).

Spiegeln folgende Resultate, die aus den Tab. IX u. X, Fig. 14 u. 15 zu ersehen sind. Die Kurve φ (λ) hat ein schwaches Minimum im Rot und ändert ihr Vorzeichen von — auf + im Violett, indem sie die Nullinie schneidet. Die Kurve $\varkappa(\lambda)$

hat einen umgekehrten Verlauf: von einem Minimum im Violett neigt sie sich im Rot der Null zu und ändert dabei ebenso ihr Vorzeichen. Die Resultate für die beiden Spiegel stimmen schlecht miteinander überein. Bei einem Spiegel wird die maximale Drehung $-2{,}3'$ groß, bei dem zweiten nur $-1{,}5'$; die Elliptizität ist auch entsprechend kleiner. Das führt zur Vermutung einer magnetischen Inhomogenität der Legierung. Die Kurven $\varphi(H)$ und $\varkappa(H)$ zeigen, daß die Sättigung erreicht ist.

Zerstäubte Spiegel.

Die Beobachtungen mit den auf Glas zerstäubten Spiegeln haben eigentlich den Charakter einer Orientierung.

Es handelte sich um die Feststellung, ob die Dispersion des Kerr-Effektes für diese Spiegel einen ähnlichen Verlauf mit der bei massiven Spiegeln zeigt.

Ich habe die Messungen an zwei Eisen- und zwei Nickelspiegeln durchgeführt. Die Eisenspiegel waren durchsichtig; der erste zeigte Metallglanz, der zweite war dunkel, von der Art, welche Skinner[1]) „dark iron" im Gegensatz zum „metallic iron" nennt, was wahrscheinlich von der Schnelligkeit der Zerstäubung abhängen wird. Die Nickelspiegel waren fast undurchsichtig und zeigten diesen Unterschied nicht, indem sie stets stark glänzende Flächen hatten. Diese Beobachtungen sind aus den Tabb. XI u. XII (für Eisen) und XIII u. XIV (für Nickel) und den betr. Figg. 16—18 zu ersehen. Alle Beobachtungen wurden bei Sättigung der Magnetisierung

Eisen, zerstäubt auf Glas.

Tabelle XI.

λ	Spiegel I ($H = 20500$ G.)		Spiegel II ($H = 15800$ G.)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
439	– 12′ 37″	– 0,00253	– 9′ 16″	– 0,00479
471	– 13′ 17″	266	– 10′ 21″	478
505	– 14′ 21″	285	– 12′ 21″	481
546	– 16′ 14″	289	– 15′ 13″	489
588	– 18′ 05″	287	– 17′ 55″	478
623	– 19′ 54″	263	– 20′ 4″	452
656	– 20′ 55″	247	– 21′ 34″	426

1) C. A. Skinner und A. Q. Tool, l. c.

Tabelle XII.

H	Spiegel II ($\lambda = 588\ \mu\mu$)	
	φ	$\varkappa$
1 600	— 3′ 17″	— 0,00078
5 450	— 9′ 46″	239
9 250	— 14′ 21″	377
12 750	— 16′ 52″	445
15 800	— 17′ 55″	478
17 250	— 18′ 30″	493

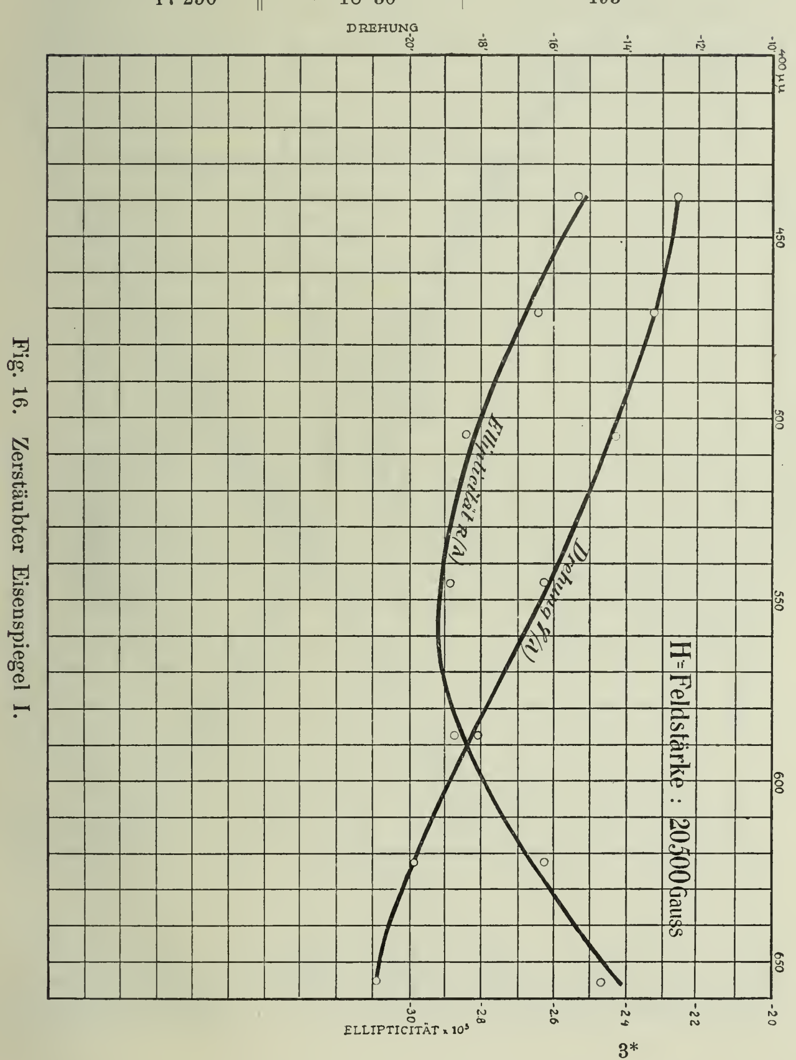


Fig. 16. Zerstäubter Eisenspiegel I.

ausgeführt. Es ergibt sich, daß qualitativ der Verlauf der Dispersion derselbe ist wie bei massiven Spiegeln, aber daß die absoluten Größen der Drehung und der Elliptizität für

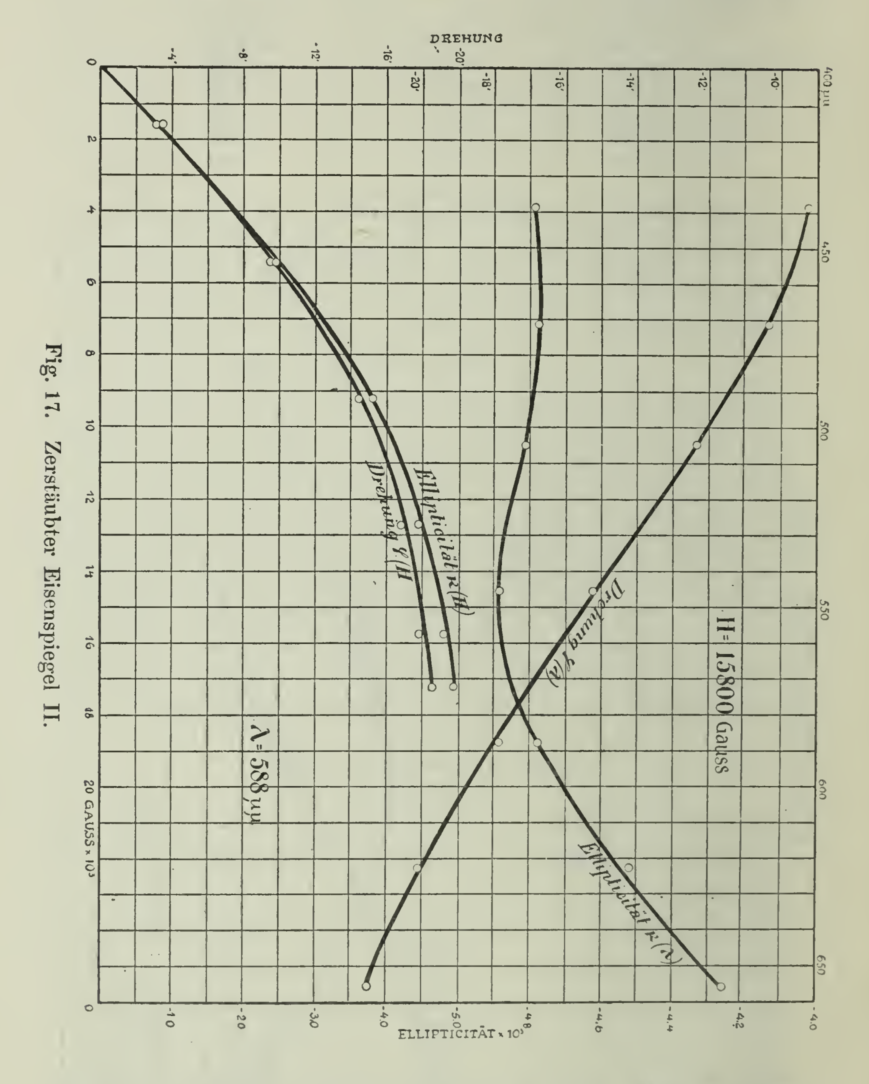


Fig. 17. Zerstäubter Eisenspiegel II.

zerstäubte Spiegel im allgemeinen kleiner sind. Man wird dies durch neue Faktoren zu erklären suchen. Zunächst ändern sich die Metallkonstanten, wenn man von den massiven Metallen

Nickel, zerstäubt auf Glas.

Tabelle XIII.

λ	Spiegel I (H = 15 800 G.)		Spiegel II (H = 15 800 G.)	
	φ	$\varkappa$	φ	$\varkappa$
439	– 4′ 56″	– 0,00026	– 7′ 18″	– 0,00051
471	– 4′ 33″	25	– 6′ 45″	– 25
505	– 4′ 16″	25	– 6′ 34″	– 20
546	– 4′ 6″	21	– 6′ 22″	– 15
588	– 4′ 25″	18	– 6′ 33″	– 05
623	– 4′ 34″	13	– 6′ 46″	+ 04
656	– 4′ 43″	11	– 6′ 55″	+ 12

Tabelle XIV.

H	Spiegel II (λ = 588 $\mu\mu$)	
	φ	$\varkappa$
1 600	– 2′ 15″	– 0,00002
5 450	– 6′ 22″	6
9 250	– 6′ 30″	4
12 750	– 6′ 29″	5
15 800	– 6′ 33″	5

zu sehr dünnen Metallschichten übergeht. Meier[1]) hat für Eisen und Nickelspiegel, die in demselben Apparat wie meine zerstäubt waren, viel kleinere Werte für n und k als bei massiven Spiegeln gefunden. Kürzlich haben Galli und Försterling[2]) bei sehr dünnen Silberschichten sehr große Unterschiede in den Werten von n und k nachgewiesen. Von Wichtigkeit ist weiterhin der Einfluß des Körpers, auf welchem der Spiegel zerstäubt wurde. Dieser Umstand kommt um so mehr zur Geltung, je dünner der Spiegel ist. Endlich beeinflußt die Art der Zerstäubung (elektrolytische, Kathodenzerstäubung, galvanische) die Resultate wesentlich.

Für eine Vergleichung der Resultate der zerstäubten und massiven Spiegel sind die Werte von n und k (in jedem einzelnen Falle) und die Dicke des Spiegels erforderlich. Da ich über diese Daten nicht verfüge, so kann ich weitergehende Schlüsse aus diesen Beobachtungen nicht ziehen.

1) W. Meier, Inaug.-Diss. Göttingen 1909.

2) N. Galli und K. Försterling, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen, Math.-phys. Kl. 1911.

Bei den meisten bisherigen Beobachtungen des Kerr-Effektes wurde die Elliptizität wegen ihrer Kleinheit vernachlässigt. Es folgt aber aus den erhaltenen Resultaten,

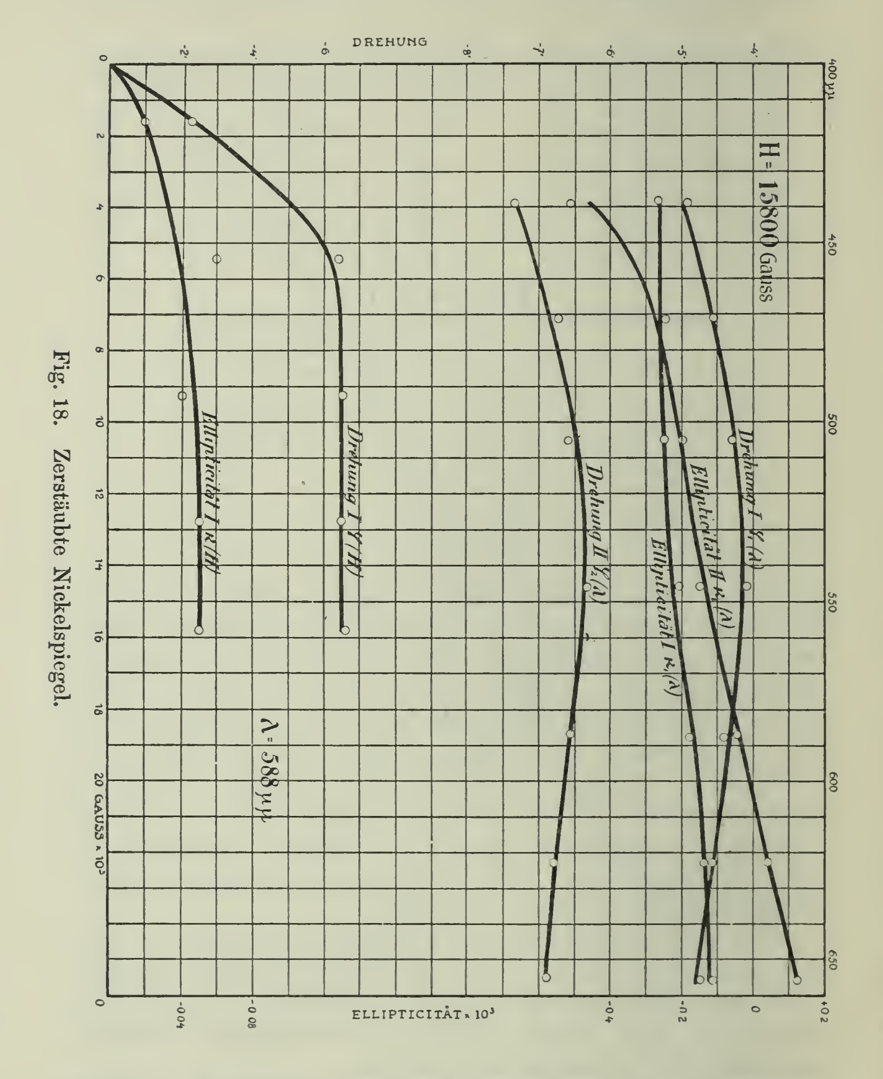


Fig. 18. Zerstäubte Nickelspiegel.

daß die Elliptizität ein wichtiger Faktor ist, in gewissen speziellen Fällen wird sie sogar zur einzigen Charakteristik.

Um die erhaltenen Resultate mit denen des Faraday-

Effektes vergleichen zu können, muß man Formeln aufstellen, die dieselben für die beiden Effekte charakteristischen Parameter aufweisen.

Ableitung der Formeln.

Die Elektronentheorie des Lichtes führt zu der Auffassung, daß in einem dem Magnetfeld ausgesetzten Körper eine Welle, die parallel den Kraftlinien fortschreitet, in zwei entgegengesetzt rotierende zerlegt wird, die verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten besitzen. Wir setzen

$$(1) \qquad \mathfrak{n}_{\pm} = \mathfrak{n} \pm \zeta,$$

wo $\mathfrak{n}_+$ und $\mathfrak{n}_-$ die komplexen Brechungsindizes des magnetisierten Körpers für eine positiv und eine negativ rotierende Welle, $\mathfrak{n}$ der Brechungsindex desselben Körpers außerhalb des Feldes, ζ eine komplexe, vom Magnetfeld abhängige Größe, welche sowohl den Faraday- wie den Kerr-Effekt charakterisiert, bezeichnen. Die Verbindung der Gleichungen (1) mit denen der gewöhnlichen Reflexion und Brechung an der Grenze zweier Körper gibt uns die erwünschten Formeln.

Die Theorie des Kerr-Effektes an massiven Spiegeln für normale Reflexion bei polarer Magnetisierung.

Als Koordinatenachsen wählen wir ein Rechtssystem. Die XY-Ebene stellt die Grenze zwischen den beiden Medien dar. Die Z-Achse wird vom ersten zum zweiten Medium als positiv gerechnet. Die Kraftlinien treten in die spiegelnde Fläche ein.

Die allgemeinsten Formeln für die Reflexion einer ebenen inhomogenen Welle an der Grenze von Luft und Metall, mit der einzigen Einschränkung, daß die Ebenen konstanter Phase und Amplitude senkrecht zur Einfallsebene stehen, lauten

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{X} \frac{\mathfrak{n}\,\mathfrak{c}_1 - \mathfrak{c}_2}{\mathfrak{n}\,\mathfrak{c}_1 + \mathfrak{c}_2}, \qquad \mathfrak{G} = \mathfrak{Y} \frac{\mathfrak{c}_1 - \mathfrak{n}\,\mathfrak{c}_2}{\mathfrak{c}_1 + \mathfrak{n}\,\mathfrak{c}_2},$$

$\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$ und $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{G}$ sind dabei die komplexen Amplituden (parallel und senkrecht zur Einfallsebene) des einfallenden bzw. reflektierten Lichtes, beide Paare analog zur Wellennormale positiv gezählt, $\mathfrak{c}_1$, $\mathfrak{c}_2$ die komplexen Richtungskosinusse der Wellennormale gegen das Einfallslot, $\mathfrak{n}$ der komplexe Brechungsindex des Metalles gegen Luft. Die elektrische Feldstärke ist als

Lichtvektor angesehen. Bei der Annahme senkrechter Inzidenz für die einfallende homogene Welle erhalten wir:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{X}\frac{\mathfrak{n}-1}{\mathfrak{n}+1}, \quad \mathfrak{G} = \mathfrak{Y}\frac{1-\mathfrak{n}}{1+\mathfrak{n}}.$$

Da für senkrechte Inzidenz die Schwingung beliebiger Art auch in absorbierenden Körpern in unveränderlicher Form sich fortpflanzt, so wollen wir die einfallende lineäre polarisierte Welle in der Richtung der X-Achse als Superposition zweier entgegengesetzt rotierender Wellen betrachten und für jede der zirkularen Wellen bei der Fortpflanzung im magnetisierten Körper die Formeln aufstellen

$$\frac{\mathfrak{Y}_+}{\mathfrak{X}_+} = -i, \quad \frac{\mathfrak{Y}_-}{\mathfrak{X}_-} = +i, \quad \begin{aligned} \mathfrak{Y}_+ &= -\mathfrak{Y}_-, \\ \mathfrak{X}_+ &= \mathfrak{X}_-. \end{aligned}$$

Die erste Gleichung gibt uns die positiv rotierende Welle, die zweite die negativ rotierende. Jeder der Wellen entsprechen im magnetisierten Medium verschiedene Brechungsindizes $\mathfrak{n}_+$ und $\mathfrak{n}_-$. Wenn wir dieses berücksichtigen, erhalten wir für das Amplitudenverhältnis des reflektierten Lichtes folgenden Ausdruck:

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}} = \frac{\mathfrak{Y}_+\frac{1-\mathfrak{n}_+}{1+\mathfrak{n}_+} + \mathfrak{Y}_-\frac{1-\mathfrak{n}_-}{1+\mathfrak{n}_-}}{\mathfrak{X}_+\frac{\mathfrak{n}_+-1}{\mathfrak{n}_++1} + \mathfrak{X}_-\frac{\mathfrak{n}_--1}{\mathfrak{n}_-+1}},$$

was sich zu

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}} = -i\frac{\mathfrak{n}_+-\mathfrak{n}_-}{1-\mathfrak{n}_+\mathfrak{n}_-} \tag{2}$$

reduziert. Durch Einsetzen der Bezeichnung (1) in den Ausdruck (2) erhalten wir:

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}} = -i\frac{2\zeta}{1-\mathfrak{n}^2+\zeta^2}.$$

Wir betrachten ζ als eine Größe erster Ordnung gegen eins. Dann vernachlässigen wir das Glied ζ^2 in der letzten Formel als eine Größe zweiter Ordnung, d. h. schreiben

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}} = -i\frac{2\zeta}{1-\mathfrak{n}^2}. \tag{3}$$

Weiter setzen wir $\mathfrak{n} = n - i\,k$, wo n der reelle Brechungs-

index und k der Absorptionskoeffizient ist, und $\zeta = \eta - i\,\vartheta$, wo η und ϑ folgende Bedeutung haben:

$$\mathfrak{n}_+ = \mathfrak{n} + \zeta = n + \eta - i\,(k + \vartheta) = n_+ - i\,k_+$$
$$\mathfrak{n}_- = \mathfrak{n} - \zeta = n - \eta - i\,(k - \vartheta) = n_- - i\,k_-\,,$$

d. h.

$$(4)\qquad \begin{cases} n_+ = n + \eta\,, & k_+ = k + \vartheta\,, \\ n_- = n - \eta\,, & k_- = k - \vartheta\,. \end{cases}$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke für $\mathfrak{n}$ und ζ in (3) erhalten wir:

$$\begin{aligned}\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}} &= -2\,\frac{\vartheta + i\,\eta}{1 - n^2 + k^2 + 2\,i\,n\,k} \\ &= -2\,\frac{[(1 - n^2 + k^2)\vartheta + 2nk\eta] + i[(1 - n^2 + k^2)\eta - 2nk\vartheta]}{(1 - n^2 + k^2)^2 + 4n^2k^2}.\end{aligned}$$

Dann bekommen wir für den reellen bzw. den imaginären Teil des Verhältnisses $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}}$ folgende Ausdrücke:

$$\left|\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}}\right|_r = -2\,\frac{(1 - n^2 + k^2)\,\vartheta + 2\,n\,k\,\eta}{(1 - n^2 + k^2)^2 + 4\,n^2\,k^2}\,,$$
$$\left|\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}}\right|_i = -2\,\frac{(1 - n^2 + k^2)\,\eta - 2\,n\,k\,\vartheta}{(1 - n^2 + k^2)^2 + 4\,n^2\,k^2}$$

und für das Quadrat des absoluten Wertes

$$\left|\frac{\mathfrak{G}^2}{\mathfrak{F}^2}\right| = \frac{4\,(\eta^2 + \vartheta^2)}{(1 - n^2 + k^2)^2 + 4\,n^2\,k^2}\,.$$

Die Formeln für die Parameter einer schwingenden Ellipse lauten:

$$\operatorname{tg} 2\,\varphi = \frac{2\left|\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}}\right|_r}{1 - \left|\frac{\mathfrak{G}^2}{\mathfrak{F}^2}\right|}\,,$$

$$\operatorname{Sin} 2\,\psi = \pm\,\frac{2\left|\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{F}}\right|_i}{1 + \left|\frac{\mathfrak{G}^2}{\mathfrak{F}^2}\right|}\,,$$

wo φ den Winkel der Hauptachse der Ellipse gegen die X-Achse und $\operatorname{tg}\,\psi$ das Achsenverhältnis gibt. Somit erhalten wir

$$(5)\qquad \begin{cases} \operatorname{tg} 2\,\varphi = -\,4\,\dfrac{(1 - n^2 + k^2)\,\vartheta + 2n\,k\,\eta}{(1 - n^2 + k^2)^2 + 4n^2\,k^2}\,, \\ \operatorname{Sin} 2\,\psi = \mp\,4\,\dfrac{(1 - n^2 + k^2)\,\eta - 2\,n\,k\,\vartheta}{(1 - n^2 + k^2)^2 + 4n^2\,k^2}\,, \end{cases}$$

wobei die Größe zweiter Ordnung $4(\eta^2 + \vartheta^2)$ im Nenner vernachlässigt ist. Die Gleichungen (5) ergeben nach η und ϑ aufgelöst schließlich:

$$(6) \quad \begin{cases} \eta = -\frac{1}{4}\left[2\,n\,k\,\mathrm{tg}\,2\,\varphi \pm (1 - n^2 + k^2)\,\mathrm{Sin}\,2\,\psi\right], \\ \vartheta = -\frac{1}{4}\left[(1 - n^2 + k^2)\,\mathrm{tg}\,2\,\varphi \mp 2\,n\,k\,\mathrm{Sin}\,2\,\psi\right]. \end{cases}$$

Diese Formeln sind von Hrn. Prof. Voigt angegeben worden.

Die Theorie des Kerr- und Faraday-Effektes an dünnen Metallschichten für senkrechte Inzidenz bei polarer Magnetisierung.

Wir setzen voraus, daß eine planparallele Platte aus einem absorbierenden Medium (2) zwei andere absorbierende Medien (1 und 3) voneinander trennt. Es falle auf die Platte eine ebene inhomogene Welle mit der Einschränkung wie früher. Wir bezeichnen die Brechungsindizes der Medien mit $\mathfrak{n}_1$, $\mathfrak{n}_2$, $\mathfrak{n}_3$, die Richtungskosinusse der Wellennormale gegen das Einfallslot mit $\mathfrak{c}_1$, $\mathfrak{c}_2$, $\mathfrak{c}_3$, wo alle Größen komplex sind. Dann lauten die Formeln für die komplexen Amplituden $\mathfrak{R}_p$ und $\mathfrak{R}_s$ (parallel und senkrecht zur Einfallsebene) des reflektierten Lichtes folgendermaßen:

z
3 $\mathfrak{n}_3$
2 $\mathfrak{n}_2$
1 $\mathfrak{n}_1$

$$\mathfrak{R}_p = \mathfrak{E}_p \frac{\mathfrak{r}_{1p}\,e_2^2 + \mathfrak{r}_{2p}}{e_2^2 + \mathfrak{r}_{1p}\,\mathfrak{r}_{2p}}, \quad \mathfrak{R}_s = \mathfrak{E}_s \frac{\mathfrak{r}_{1s}\,e_2^2 + \mathfrak{r}_{2s}}{e_2^2 + \mathfrak{r}_{1s}\,\mathfrak{r}_{2s}}$$

und für die Amplituden $\mathfrak{D}_p$ und $\mathfrak{D}_s$ (parallel und senkrecht zur Einfallsebene) des durch die Platte gehenden Lichtes so:

$$\mathfrak{D}_p = \mathfrak{E}_p \frac{\mathfrak{d}_{1p}\,\mathfrak{d}_{2p}\,e_2\,e_3}{e_2^2 + \mathfrak{r}_{1p}\,\mathfrak{r}_{2p}}, \quad \mathfrak{D}_s = \frac{\mathfrak{d}_{1s}\,\mathfrak{d}_{2s}\,e_2\,e_3}{e_2^2 + \mathfrak{r}_{1s}\,\mathfrak{r}_{2s}},$$

wo die komplexen Schwächungsfaktoren durch folgende Formeln gegeben sind:

$$\mathfrak{r}_{1s} = \frac{\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{n}_1 - \mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_2}{\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{n}_1 + \mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_2}, \qquad \mathfrak{r}_{2s} = \frac{\mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_2 - \mathfrak{c}_3\,\mathfrak{n}_3}{\mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_2 + \mathfrak{c}_3\,\mathfrak{n}_3},$$

$$\mathfrak{d}_{1s} = \frac{2\,\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{n}_1}{\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{n}_1 + \mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_2}, \qquad \mathfrak{d}_{2s} = \frac{2\,\mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_2}{\mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_2 + \mathfrak{c}_3\,\mathfrak{n}_3},$$

$$\mathfrak{r}_{1p} = \frac{\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{n}_2 - \mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_1}{\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{n}_2 + \mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_1}, \qquad \mathfrak{r}_{2p} = \frac{\mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_3 - \mathfrak{c}_3\,\mathfrak{n}_2}{\mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_3 + \mathfrak{c}_3\,\mathfrak{n}_2},$$

$$\mathfrak{d}_{1p} = \frac{2\,\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{n}_1}{\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{n}_2 + \mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_1}, \qquad \mathfrak{d}_{2p} = \frac{2\,\mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_2}{\mathfrak{c}_2\,\mathfrak{n}_3 + \mathfrak{c}_3\,\mathfrak{n}_2}$$

und die Faktoren e_2, e_3 haben die Bedeutung

$$e_h = e^{2\pi i\,\mathfrak{c}_h\,\mathfrak{n}_h \frac{l}{\lambda}}, \quad h = 2, 3$$

(l = Dicke der Schicht, λ = Wellenlänge des Lichtes im freien Äther).

Wir nehmen jetzt an, daß die einfallende Welle homogen, und daß das erste Medium Luft und das dritte ein durchsichtiges Medium ist. Die Brechungsindizes seien

$$\mathfrak{n}_1 = 1, \; \mathfrak{n}_2 = \mathfrak{n} = n - i\,k, \; \mathfrak{n}_3 = n',$$

wo n, k, n' reelle Größen sind. Dann hat man die Brechungsindizes $\mathfrak{n}$ und n' gegen das erste Medium zu nehmen, und es bedeutet λ im Exponenten die Wellenlänge in Luft. Bei der Annahme der senkrechten Inzidenz reduzieren sich die Formeln für die Schwächungsfaktoren zu:

$$-\mathfrak{r}_{1s} = \mathfrak{r}_{1p} = \frac{\mathfrak{n} - 1}{\mathfrak{n} + 1}, \qquad \mathfrak{r}_{2s} = -\mathfrak{r}_{2p} = \frac{\mathfrak{n} - n'}{\mathfrak{n} + n'},$$

$$\mathfrak{d}_{1s} = \mathfrak{d}_{1p} = \frac{2}{\mathfrak{n} + 1}, \qquad \mathfrak{d}_{2s} = \mathfrak{d}_{2p} = \frac{2\,\mathfrak{n}}{\mathfrak{n} + n'}$$

und für die Faktoren e_2, e_3 bekommen wir die Formeln:

$$e_2 = e^{2\pi i \frac{l}{\lambda} \mathfrak{n}} = e^{iL\mathfrak{n}}, \qquad e_3 = e^{2\pi i \frac{l}{\lambda} n'} = e^{iLn'},$$

wo

$$L = \frac{2\,\pi\,l}{\lambda}.$$

Es schwinge die einfallende lineär polarisierte Welle in der Richtung der X-Achse. Indem wir sie wiederum als Superposition zweier entgegengesetzt rotierenden Wellen betrachten, haben wir die Gleichungen:

$$\text{(7)} \qquad \frac{\mathfrak{E}_{s+}}{\mathfrak{E}_{p+}} = -i, \quad \frac{\mathfrak{E}_{s-}}{\mathfrak{E}_{p-}} = +i, \quad \begin{array}{l} \mathfrak{E}_{s+} = -\mathfrak{E}_{s-} \\ \mathfrak{E}_{p+} = \mathfrak{E}_{p-} \end{array}.$$

Für positiv rotierende Wellen sind die Brechungsindizes im magnetisierten Metalle $\mathfrak{n}_+$ und im durchsichtigen Medium n'_+ zu nehmen, für negativ rotierende $\mathfrak{n}_-$ bzw. n'_-. Wenn wir das berücksichtigen, erhalten wir für das Verhältnis der an der Schicht reflektierten und der durchgegangenen Amplituden folgende Ausdrücke:

$$\frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = - \frac{\mathfrak{E}_{s+} \dfrac{\dfrac{\mathfrak{n}_+ - 1}{\mathfrak{n}_+ + 1} e_+^2 - \dfrac{\mathfrak{n}_+ - n'_+}{\mathfrak{n}_+ + n'_+}}{e_+^2 - \dfrac{(\mathfrak{n}_+ - 1)(\mathfrak{n}_+ - n'_+)}{(\mathfrak{n}_+ + 1)(\mathfrak{n}_+ + n'_+)}} + \mathfrak{E}_{s-} \dfrac{\dfrac{\mathfrak{n}_- - 1}{\mathfrak{n}_- + 1} e_-^2 - \dfrac{\mathfrak{n}_- - n'_-}{\mathfrak{n}_- + n'_-}}{e_-^2 - \dfrac{(\mathfrak{n}_- - 1)(\mathfrak{n}_- - n'_-)}{(\mathfrak{n}_- + 1)(\mathfrak{n}_- + n'_-)}}}{\mathfrak{E}_{p+} \cdots\cdots + \mathfrak{E}_{p-} \cdots\cdots},$$

$$\frac{\mathfrak{D}_s}{\mathfrak{D}_p} = \frac{\mathfrak{E}_{s+} \dfrac{\dfrac{4\,\mathfrak{n}_+ e_+ e'_+}{(\mathfrak{n}_+ + 1)(\mathfrak{n}_+ + n'_+)}}{e_+^2 - \dfrac{(\mathfrak{n}_+ - 1)(\mathfrak{n}_+ - n'_+)}{(\mathfrak{n}_+ + 1)(\mathfrak{n}_+ + n'_+)}} + \mathfrak{E}_{s-} \dfrac{\dfrac{4\,\mathfrak{n}_- e_- e'_-}{(\mathfrak{n}_- + 1)(\mathfrak{n}_- + n'_-)}}{e_-^2 - \dfrac{(\mathfrak{n}_- - 1)(\mathfrak{n}_- - n'_-)}{(\mathfrak{n}_- + 1)(\mathfrak{n}_- + n'_-)}}}{\mathfrak{E}_{p+} \cdots\cdots + \mathfrak{E}_{p-} \cdots\cdots},$$

wo

$$e_+ = e^{iL\mathfrak{n}_+}, \qquad e'_+ = e^{iLn'_+},$$
$$e_- = e^{iL\mathfrak{n}_-}, \qquad e'_- = e^{iLn'_-}.$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (7) reduzieren sich die Formeln zu:

$$(8)\quad \text{Kerr-Eff.}\ \frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = i\, \frac{\dfrac{e_+^2(\mathfrak{n}_+ + n'_+)(\mathfrak{n}_+ - 1) - (\mathfrak{n}_+ - n'_+)(\mathfrak{n}_+ + 1)}{e_+^2(\mathfrak{n}_+ + n'_+)(\mathfrak{n}_+ + 1) - (\mathfrak{n}_+ - n'_+)(\mathfrak{n}_+ - 1)} - \dfrac{e_-^2(\mathfrak{n}_- + n'_-)(\mathfrak{n}_- - 1) - (\mathfrak{n}_- - n'_-)(\mathfrak{n}_- + 1)}{e_-^2(\mathfrak{n}_- + n'_-)(\mathfrak{n}_- + 1) - (\mathfrak{n}_- - n'_-)(\mathfrak{n}_- - 1)}}{\cdots\cdots + \cdots\cdots}.$$

$$(9)\quad \text{Far.-Eff.}\ \frac{\mathfrak{D}_s}{\mathfrak{D}_p} = -\, i\, \frac{\dfrac{e_+ e'_+ \mathfrak{n}_+}{e_+^2(\mathfrak{n}_+ + n'_+)(\mathfrak{n}_+ + 1) - (\mathfrak{n}_+ - n'_+)(\mathfrak{n}_+ - 1)} - \dfrac{e_- e'_- \mathfrak{n}_-}{e_-^2(\mathfrak{n}_- + n'_-)(\mathfrak{n}_- + 1) - (\mathfrak{n}_- - n'_-)(\mathfrak{n}_- - 1)}}{\cdots\cdots + \cdots\cdots}.$$

Wir führen wie früher die Beziehungen $\mathfrak{n}_\pm = \mathfrak{n} \pm \zeta$ und $n'_\pm = n' \pm \varepsilon$ ein, wo $|\zeta|$ und ε als Größen erster Ordnung neben eins zu betrachten sind.

Die Faktoren e haben dann die Form:

$$e_+ = e^{iL\mathfrak{n}}\, e^{iL\zeta}, \qquad e'_+ = e^{iLn'}\, e^{iL\varepsilon},$$
$$e_- = e^{iL\mathfrak{n}}\, e^{-iL\zeta}, \qquad e'_- = e^{iLn'}\, e^{-iL\varepsilon}.$$

Die Ausdrücke $e^{\pm iL\zeta}$ und $e^{\pm iL\varepsilon}$ entwickeln wir nach der Potenzreihe

$$e^{\pm iL\zeta} = 1 \pm iL\zeta \ldots, \qquad e^{\pm iL\varepsilon} = 1 \pm iL\varepsilon \ldots$$

Es ist dann:

$$e^{+iL\zeta} + e^{-iL\zeta} = 2, \qquad e^{+iL\varepsilon} + e^{-iL\varepsilon} = 2,$$

$$e^{+iL\zeta} - e^{-iL\zeta} = 2iL\zeta, \qquad e^{+iL\varepsilon} - e^{-iL\varepsilon} = 2iL\varepsilon,$$

dabei begnügen wir uns mit den Gliedern erster Ordnung.

Die Formeln (8) und (9) reduzieren sich endlich bei Berücksichtigung der eben gemachten Betrachtungen und bei Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnungen auf:

$$\text{Kerr.-Eff.}\ \frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} =$$

$$\frac{-2\zeta\{4L\mathfrak{n}(\mathfrak{n}^2-n')e^{2iL\mathfrak{n}} - i[(\mathfrak{n}+n')^2 e^{4iL\mathfrak{n}} - 4\mathfrak{n}n' e^{2iL\mathfrak{n}} - (\mathfrak{n}-n')^2]\} + 8i\varepsilon\mathfrak{n}^2 e^{2iL\mathfrak{n}}}{\mathfrak{n}^2[(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} - (\mathfrak{n}-n')]^2 - [(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} + (\mathfrak{n}-n')]^2}$$

$$\text{Far.-Eff.}\ \frac{\mathfrak{D}_s}{\mathfrak{D}_p} =$$

$$-\zeta\frac{L\mathfrak{n}[(\mathfrak{n}+1)(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} + (\mathfrak{n}-1)(\mathfrak{n}-n')] - i(\mathfrak{n}^2-n')[e^{2iL\mathfrak{n}}-1]}{\mathfrak{n}[(\mathfrak{n}+1)(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} - (\mathfrak{n}-1)(\mathfrak{n}-n')]}$$

$$+\varepsilon\left\{L + i\frac{(\mathfrak{n}+1)e^{2iL\mathfrak{n}} + (\mathfrak{n}-1)}{[(\mathfrak{n}+1)(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} - (\mathfrak{n}-1)(\mathfrak{n}-n')]}\right\}.$$

Wegen der Allgemeinheit haben wir bei der Ableitung der Formeln vorausgesetzt, daß ε und $|\zeta|$ von derselben Größenordnung sind. In Wirklichkeit aber ist ε eine viel kleinere Größe als $|\zeta|$. Für Flintglas ist ε ungefähr 10^4 mal so klein als $|\zeta|$ für Eisen bei demselben äußeren Felde (20000 Gauss). Infolgedessen ist ε als eine Größe höherer als erster Ordnung zu betrachten. Daher können wir die Glieder mit ε neben denen mit ζ vernachlässigen, wodurch die Formeln lauten:

$$(10)\quad \left\{ \begin{aligned} &\text{Kerr.-Eff.}\ \frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = \\ &-2\zeta\frac{\{4L\mathfrak{n}(\mathfrak{n}^2-n')e^{2iL\mathfrak{n}} - i[(\mathfrak{n}+n')^2 e^{4iL\mathfrak{n}} - 4\mathfrak{n}n' e^{2iL\mathfrak{n}} - (\mathfrak{n}-n')^2]\}}{\{\mathfrak{n}^2[(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} - (\mathfrak{n}-n')]^2 - [(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} + (\mathfrak{n}-n')]^2\}} \end{aligned} \right.$$

$$(11)\quad \left\{ \begin{aligned} &\text{Far.-Eff.}\ \frac{\mathfrak{D}_s}{\mathfrak{D}_p} = \\ &-\zeta\frac{\{L\mathfrak{n}[(\mathfrak{n}+1)(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} + (\mathfrak{n}-1)(\mathfrak{n}-n')] - i(\mathfrak{n}^2-n')[e^{2iL\mathfrak{n}}-1]\}}{\mathfrak{n}[(\mathfrak{n}+1)(\mathfrak{n}+n')e^{2iL\mathfrak{n}} - (\mathfrak{n}-1)(\mathfrak{n}-n')]}. \end{aligned} \right.$$

Bei dieser Annahme charakterisiert sich der Einfluß des dritten (durchsichtigen) Mediums durch den Brechungsindex n' allein.

Die Formeln (10) und (11) sind außerordentlich kompliziert. Durch Einsetzen von $\mathfrak{n} = n - i k$ erhalten wir:

$$\text{(12)} \qquad \text{Kerr-Eff.}\ \frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = -2\,\frac{(\eta - i\vartheta)(M_1 - i N_1)}{P_1 - i Q_1},$$

wo

$$M_1 = e^{4Lk}\{[(n+n')^2 - k^2]\,\text{Sin}\,4Ln - 2(n+n')k\,\text{Cos}\,4Ln\} + 4e^{2Lk}\{[Lk(3n^2 - n'^2 - k^2) - nn']\,\text{Sin}\,2Ln + [Ln(n^2 - n'^2 - 3k^2) + n'k]\,\text{Cos}\,2Ln\} + 2(n-n')k.$$

$$N_1 = e^{4Lk}\{[(n+n')^2 - k^2]\,\text{Cos}\,4Ln + 2(n+n')k\,\text{Sin}\,4Ln\} + 4e^{2Lk}\{[Lk(3n^2 - n'^2 - k^2) - nn']\,\text{Cos}\,2Ln - [Ln(n^2 - n'^2 - 3k^2) + n'k]\,\text{Sin}\,2Ln\} - [(n-n')^2 - k^2].$$

$$P_1 = e^{4Lk}\{[((n+n')^2 - k^2)(n^2 - k^2 - 1) - 4nk^2(n+n')]\,\text{Cos}\,4Ln + 2k[(n+n')(n^2 - k^2 - 1) - n((n+n')^2 - k^2)]\,\text{Sin}\,4Ln\} - 2e^{2Lk}\{[(n^2 - n'^2 - k^2)(n^2 - k^2 + 1) - 4n^2k^2]\,\text{Cos}\,2Ln + 2kn[2(n^2 - k^2) - n'^2 + 1]\,\text{Sin}\,2Ln\} + [((n-n')^2 - k^2)(n^2 - k^2 - 1) - 4nk^2(n-n')].$$

$$Q_1 = e^{4Lk}\{2k[(n+n')(n^2 - k^2 - 1) + n((n+n')^2 - k^2)]\,\text{Cos}\,4Ln + [4nk^2(n+n') - ((n+n')^2 - k^2)(n^2 - k^2 - 1)]\,\text{Sin}\,4Ln\} - 2e^{2Lk}\{2nk[2(n^2 - k^2) - n'^2 + 1]\,\text{Cos}\,2Ln + [4n^2k^2 - (n^2 - n'^2 - k^2)(n^2 - k^2 + 1)]\,\text{Sin}\,2Ln\} + 2k[n((n-n')^2 - k^2) + (n-n')(n^2 - k^2 - 1)].$$

$$\text{(13)} \qquad \text{Far.-Eff.}\ \frac{\mathfrak{D}_s}{\mathfrak{D}_p} = -\frac{(\eta - i\vartheta)(M_2 + i N_2)}{(n - ik)(P_2 + i Q_2)},$$

wo

$$M_2 = e^{2Lk}\,\text{Cos}\,2Ln\{L[n(n+1)(n+n') - k^2(3n+n'+1)] - 2nk\} + e^{2Lk}\,\text{Sin}\,2Ln\{Lk[n(n+1) + (2n+1)(n+n') - k^2] + (n^2 - k^2 - n')\} + \{L[n(n-1)(n-n') - k^2(3n - n' - 1)] + 2nk\}.$$

$$N_2 = e^{2Lk}\,\text{Sin}\,2Ln\{L[n(n+1)(n+n') - k^2(3n+n'+1)] - 2nk\} - e^{2Lk}\,\text{Cos}\,2Ln\{Lk[n(n+1) + (2n+1)(n+n') - k^2] + (n^2 - k^2 - n')\} - \{Lk[n(n-1) + (2n-1)(n-n') - k^2] - (n^2 - k^2 - n')\}.$$

$$P_2 = e^{2Lk}\{\text{Cos}\,2\,Ln\,[(n+1)\,(n+n') - k^2] + \text{Sin}\,2\,Ln \cdot k\,(2n+n'+1)\} - [(n-1)\,(n-n') - k^2].$$

$$Q_2 = e^{2Lk}\{\text{Sin}\,2\,Ln\,[(n+1)\,(n+n') - k^2] - \text{Cos}\,2\,Ln \cdot k\,(2n+n'+1)\} + k\,(2n-n'-1).$$

Für die Parameter der schwingenden Ellipse bekommen wir wie früher folgende Ausdrücke:

$$(14)\quad \begin{cases} \text{K.-E.}\quad \text{tg}\,2\,\varphi = -\,4\,\dfrac{(M_1 P_1 + N_1 Q_1)\,\eta + (M_1 Q_1 - N_1 P_1)\,\vartheta}{(P_1^2 + Q_1^2)}, \\ \qquad\quad \text{Sin}\,2\,\psi = \mp\,4\,\dfrac{(M_1 Q_1 - N_1 P_1)\,\eta - (M_1 P_1 + N_1 Q_1)\,\vartheta}{(P_1^2 + Q_1^2)}. \end{cases}$$

$$(15)\quad \begin{cases} \text{F.-E.}\quad \text{tg}\,2\,\varphi = -\,2\,\dfrac{[(M_2 P_2 + N_2 Q_2)\,n - (N_2 P_2 - M_2 Q_2)\,k]\,\eta + [(M_2 P_2 + N_2 Q_2)k + (N_2 P_2 - M_2 Q_2)n]\,\vartheta}{(n^2 + k^2)\,(P^2 + Q^2)}, \\ \qquad\quad \text{Sin}\,2\,\psi = \mp\,2\,\dfrac{[(M_2 P_2 + N_2 Q_2)\,k + (N_2 P_2 - M_2 Q_2)\,n]\,\eta - [(M_2 P_2 + N_2 Q_2)n - (N_2 P_2 - M_2 Q_2)k]\,\vartheta}{(n^2 + k^2)\,(P^2 + Q^2)}. \end{cases}$$

Die Auflösung der Gleichungen (14) und (15) nach η und ϑ führt zu den Endformeln.

Die Formeln (10) und (11) für dünne Metallschichten werden sehr vereinfacht[1]), wenn man zu *dünnsten* Metallschichten übergeht. Man kann dann die Größe $e^{2iL\mathfrak{n}}$ in eine Potenzreihe entwickeln und die Glieder der höheren Ordnung vernachlässigen. Es folgt dann für den Kerr-Effekt die Formel

$$(16)\qquad \frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = \frac{2\,i\,\zeta\,\mathfrak{n}}{\mathfrak{n}^2 - 1} + \zeta\,L\,\mathfrak{n}$$

und für den Faraday-Effekt die Formel

$$(17)\qquad \frac{\mathfrak{D}_s}{\mathfrak{D}_p} = -\,\zeta\,L\,\mathfrak{n}\,.$$

Die erste Formel (16) zeigt, daß im reflektierten Lichte außer dem Kerr- (das erste Glied) auch der Faraday-Effekt (zweites Glied) zum Vorschein kommt. Es können also bei gewisser Dicke der Metallschicht die Drehungen für diese beiden Effekte sich gegenseitig aufheben, wenn der reelle Teil des Ausdruckes (16) verschwindet. Bei noch geringerer Dicke der Metallschicht kann der Faraday- den Kerr-Effekt überwiegen, was sich im Zeichenwechsel äußert. Ingersoll[2]) hat

1) Als das erste und dritte Medium ist Luft angenommen.

2) L. R. Ingersoll, Phil. Mag. 18. p. 74. 1904.

diesen Effekt für sehr dünne Eisenschicht auch tatsächlich beobachtet. Bei anderer Dicke der Metallschicht (wenn der imaginäre Teil des Ausdruckes (16) zu Null wird) bleibt das reflektierte Licht geradlinig polarisiert.

Die zweite Formel (17) gibt an, daß der Faraday-Effekt für dünnste Metallschichten zu der Dicke der Metallschicht nicht proportional ist, ausgenommen wenn der Koeffizient $\zeta\, \mathfrak{n}$ von der Dicke unabhängig ist.

Die Anwendung der angenäherten Formeln, die die Reflexion von der ersten und zweiten Grenzebene einer dünnen Metallschicht gänzlich unberücksichtigt lassen

$$\frac{\mathfrak{D}_s}{\mathfrak{D}_p} = -\zeta L$$

scheint beim Faraday-Effekt nicht zulässig zu sein.

Konstantenbestimmung.

Wenn man meine Resultate zur Berechnung von η und ϑ anwenden will, muß man vorher die optischen Konstanten der untersuchten Metalle bestimmen, weil diese Werte sehr von der Struktur und Behandlung des Materials abhängig sind. Meine Spiegel waren aber zu klein, um derartige Untersuchungen ausführen zu können, darum mußte ich mich an vorhandene Beobachtungen halten. Die in dieser Weise berechneten Parameter werden nicht ganz genau sein, aber den Dienst einer Orientierung sehr gut tun. Ich benutzte die optischen Konstanten von Minor[1]) für Kobalt, von Meier[2]) für Stahl und Nickel und von Loria u. Zakrzewski[3]) für Magnetit. Für Heuslersche Legierungen sind bis jetzt die optischen Konstanten nicht beobachtet worden. Die berechneten Parameter sind in folgenden Tabellen zusammengestellt.

---

1) R. S. Minor, Ann. d. Phys. **10.** p. 581. 1903.

2) W. Meier, Ann. d. Phys. **31.** p. 1017. 1910. Die Meierschen optischen Konstanten für Nickel zeigen gegen die Drudeschen eine Abweichung. Deshalb habe ich für die Korrektion der Meierschen Konstanten die Drudeschen, für den „Normalzustand" gültigen Werte zugrunde gelegt.

3) St. Loria und K. Zakrzewski, Bull. de l'Acad. Sc. de Cracovie Math. Série A. p. 278. 1910.

Tabelle XV.

Stahl.

λ	$\eta = n_+ - n$	$\vartheta = k_+ - k$	n	k
439	− 0,0122	− 0,0368	1,883	2,934
471	159	412	2,007	3,021
505	202	471	2,133	3,144
546	283	531	2,286	3,267
588	387 (373) Zeem.	579 (391) Zeem.	2,443	3,376
623	513	663	2,655	3,627
656	645	742	2,857	3,860

Tabelle XVI.

Kobalt.

λ	$\eta = n_+ - n$	$\vartheta = k_+ - k$	n	k
439	− 0,0298	− 0,0356	1,759	3,319
471	334	384	1,850	3,543
505	368	407	1,942	3,730
546	404	433	2,039	3,889
588	444 (357) Zeem.	458 (397) Zeem.	2,118	4,036
623	486	472	2,186	4,140
656	529	486	2,252	4,238

Im Vergleich mit den von Zeeman für Eisen und Kobalt erhaltenen Werten (im Gelb) sind meine entsprechend größer. Ich glaube das einer größeren Magnetisierung bei meinen Versuchen zuschreiben zu können.

Tabelle XVII.

Nickel.

λ	$\eta = n_+ - n$	$\vartheta = k_+ - k$	n	k
439	− 0,0091	− 0,0107	1,63	2,61
471	103	102	1,63	2,82
505	112	098	1,69	2,99
546	120	102	1,73	3,15
588	141	108	1,79	3,31
623	164	108	1,85	3,44
656	188	110	1,93	3,61

Tabelle XVIII.

Magnetit.

λ	$\eta = n_+ - n$	$\vartheta = k_+ - k$	n	k
439	+ 0,0010	+ 0,0037	2,46	0,69
471	+ 25	+ 16	2,43	0,65
505	+ 23	− 07	2,42	0,60
546	+ 15	− 25	2,41	0,57
588	− 04	− 43	2,42	0,55
623	− 20	− 50	2,44	0,53
656	− 33	− 49	2,45	0,51

Der Vergleich der von mir über den Kerr-Effekt erhaltenen Resultate mit den Beobachtungen über den Faraday-Effekt (z. B. mit denjenigen von Skinner und Tool[1])) könnte die obigen theoretischen Betrachtungen bestätigen. Es macht sich jedoch dabei folgende Schwierigkeit geltend. In den Formeln(15) spielt die Dicke der Metallschichten und ihre optischen Konstanten eine sehr wichtige Rolle. Ingersoll[2]) hat gezeigt, daß Skinner und Tool bei ihren Messungen der Dicke der Metallschichten in der Beobachtung der Interferenzerscheinungen an Glas und Metall einen Fehler begingen, indem sie die dabei entstehende Phasendifferenz nicht berücksichtigten. Nach Ingersollschen Angaben könnte die wirkliche Dicke bis zweimal so viel als die von Skinner berechnete betragen. Andererseits haben die Arbeiten von Försterling und Galli[3]) nachgewiesen, daß die optischen Konstanten der Metallschichten in hohem Grade von deren Dicke abhängen. Im Falle der Metallschichten scheint also die Anwendung der optischen Konstanten von massiven Spiegeln nicht zulässig zu sein. Nur die mit derselben Metallschicht und in für beide Effekte gleichen experimentellen Bedingungen ausgeführten Messungen (und zwar bei gleichzeitiger Bestimmung der optischen Konstanten und der Dicke der Schicht) könnten entscheiden, inwieweit die theoretische Behandlung dieser Erscheinungen richtig ist. Solche Beobachtungen fehlen aber bis jetzt. Das Ergebnis eines quantitativen Vergleiches der die beiden Effekte

---

1) C. A. Skinner und A. Q. Tool, l. c. p. 850.
2) L. R. Ingersoll, Phil. Mag. 18. p. 74. 1909.
3) N. Galli, Dissertation Göttingen 1913.

charakterisierenden Parameter kann bei dem gegenwärtigen experimentellen Beobachtungsmaterial weder zugunsten noch ungunsten der Theorie etwas aussagen.

Berechnung allgemeiner Kerr-Effekte aus den obigen Beobachtungen.

Da die Beobachtungen bei normaler Inzidenz erheblich weniger von Oberflächenschichten beeinflußt werden als diejenigen bei schiefer Inzidenz, so regte Prof. Voigt eine Berechnung der wichtigsten Daten für den Kerr-Effekt bei schiefer Inzidenz aus den von mir erhaltenen Parametern an. Diese Berechnung gibt einen ziemlich zuverlässigen Aufschluß darüber, wie jene Effekte bei wirklich reinen Metallflächen verlaufen müßten, und dies hat offenbar ein gewisses Interesse.

Eine Vergleichung der auf diese Weise gewonnenen Daten mit Beobachtungen ist natürlich kein Mittel zur Prüfung der Theorie, — eben weil die Beobachtungen bei schiefer Inzidenz sehr stark durch Oberflächenschichten beeinflußt werden; sie gibt vielmehr nur eine Aufklärung über den Einfluß dieser Fehlerquelle, aber auch dies hat ein gewisses Interesse.

Prof. Voigt[1]) führt in seiner Theorie des Kerr-Effektes einen komplexe, vom Magnetfelde abhängige Größe Q ein, die diesen Effekt in allen Einzelheiten charakterisiert. Meine Beobachtungen für normale Reflexion bei polarer Magnetisierung gestatten diese Größe Q zu ermitteln. Die nach den von Voigt angegebenen Formeln berechneten Drehungen bei schiefer Inzidenz kann man mit den vorhandenen Beobachtungen vergleichen. Die Bezeichnungen sind hier diejenigen von Voigt.

Die zur Berechnung meiner Resultate benutzte komplexe Größe $\zeta = \eta - i\vartheta$ steht zu $Q = |Q|\, e^{-iq}$ in folgender Beziehung:

$$Q = -\frac{2\zeta}{\mathfrak{n}}, \quad \mathfrak{n} = n - ik,$$

woraus folgt

$$|Q| = 2\sqrt{\frac{\eta^2 + \vartheta^2}{n^2 + k^2}} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} q = \frac{n\vartheta - k\eta}{n\eta + k\vartheta}.$$

Stahl.

Die berechneten $|Q|$ und q (vgl. Tab. XIX) zeichnen sich durch eine starke Dispersion aus, besonders q. Die von Zee-

1) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik. p. 289. 1908.

man erhaltenen Werte (im Gelb) sind entsprechend kleiner, was man wohl einer kleineren Magnetisierung zuschreiben kann. Die Zeemanschen Messungen geben bei normaler Inzidenz für die Drehung den Wert —15′, während Du Bois 23′ und ich 22,5′ beobachtet haben.

Stahl.

Tabelle XIX.

λ	Magnetooptische Parameter		Singuläre Einfallswinkel		
	$\vert Q \vert$	q	φ_1	φ_2	φ_3
439	0,02227	+ 14° 19′	70,3°	48,6°	79,0°
471	2436	12 27	70,6		79,2
505	2698	10 58	71,0	51,8	79,5
546	3016	6 55	70,6		79,3
588	3345 (2150)[1]	+ 2 7 (– 4° 10′ [1])	69,9 (64° [2]; 62° [3])	64,4 (64° [2])	79,1 (81° [4]; 78,9° [2]; 79° [5]; 78,9° [6])
623	3730	– 1 31	69,9		79,2
656	4092	– 4 31	69,8	73,9	79,4

Die bei Minimum- und Nulldrehungen auftretenden singulären Einfallswinkel (eine Umkehrung des Vorzeichens) habe ich für verschiedene Wellenlängen nach den Voigtschen Formeln berechnet, dabei hat sich die Dispersion für φ_1 und φ_3 als schwach, für φ_2 als sehr stark erwiesen. Die singulären Einfallswinkel φ_2 und φ_3 (bei meridionaler Magnetisierung) stimmen im Gelb mit den von mehreren Beobachtern erhaltenen Resultaten gut überein. Dagegen weicht φ_1 (bei polarer Magnetisierung) ziemlich viel von den Righi- und Kazschen Werten ab. Dieses verschiedene Verhalten ist bisher noch nicht recht zu verstehen.

Um die Theorie mit den Beobachtungen genauer vergleichen zu können, habe ich die Minimum- und Nulldrehungen für $\lambda = 588\ \mu\mu$ berechnet (Tab. XX). Auffallend ist dabei, daß die berechneten und beobachteten Drehungen bei meri-

1) P. Zeeman, Leiden Comm. Nr. 15. 1895.

2) A. Righi, Ann. d. Phys. et Chim. (6) **4.** p. 435. 1884; **9.** p. 65. 1886; **10.** p. 200. 1887.

3) P. C. Kaz, Beiblätter **9.** p. 275. 1885.

4) A. Kundt, Wied. Ann. **23.** p. 228. 1884.

5) P. Drude, Wied. Ann. **46.** p. 353. 1892.

6) F. J. Micheli, Ann. d. Phys. **1.** p. 542. 1900.

Stahl ($\lambda = 588\,\mu\mu$).

Tabelle XX.

Minimum- und Nulldrehungen bei polarer Magnetisierung.

φ	$2\chi_p$		$2\chi_s$		$2\psi_p$		$2\psi_s$		
	ber.	beob. Righi	ber.	beob. Righi	ber.	beob. Righi	ber.	beob. Righi	ber. nach Zeeman
0°	+ 44,8′	+ 39′	+ 44,8′	+ 39′					
41°	52,0′	60′	38′	38′	+ 180′	+ 114,5′	− 112′	− 47′	− 72′
48°		60′		34′		95′	− 67′	− 29,5′	− 43′
63°	65,4′	61′	26,8′	24′	81,2′	62′	− 13,6′	− 1′	− 9,5′
73°		51,5′		16,5′		47,5′	+ 7,4′	+ 11′	+ 4,5′
82°,5	20,8′	12′	7′	5′	45,2′	29′	+ 23′	+ 17,5′	+ 14′

bei meridionaler Magnetisierung

φ	$2\chi_p$			$2\chi_s$			$2\psi_p$		$2\psi_s$	
	ber.	Righi	Micheli	ber.	Righi	Micheli	ber.	Righi	ber.	Righi
11°	+ 2,4′	+ 2,5′		− 2,4′	− 2,5′					
30°	+ 6,4′	+ 6,5′		− 6,2′	− 6,5′					
45°		+ 9′			− 7′		− 7,2′	− 5′	− 14′	− 11,5′
60°	+ 10,6′	+ 11′	+ 7,8′	− 9,2′	− 9′	− 7,8′		− 1,5′		− 9′
65°		+ 8,5′					− 0,6′	− 0,5′	− 9,3′	− 9′
70°	+ 8,4′	+ 6,5′	+ 8′	− 8,6′	− 8′	− 7,2′				
80°	− 1,4′	− 1′	− 3′	− 6′	− 6′	− 3,8′		+ 4,4′		− 6,3′
85°		− 3′			− 3′		+ 3,8′	+ 4′	− 5,7′	− 5,5′

dionaler Magnetisierung eine gute Übereinstimmung zeigen, während die bei polarer Magnetisierung berechneten Werte viel größer als die beobachteten sind. Bei meridionaler Magnetisierung hat Righi einen Kunstgriff benutzt (ein Spiegel als Brücke zwischen Polen); es ist also möglich, daß er bei solcher Anordnung die Sättigung der Magnetisierung erreicht hat. Die polare Magnetisierung (19,5′ bei normaler Inzidenz) war kleiner, deshalb sind die berechneten Drehungen entsprechend größer. Der Verlauf der Nulldrehungen ψ_s, bei welchen der kritische Winkel φ_1 auftritt, ist auf der Fig. 19

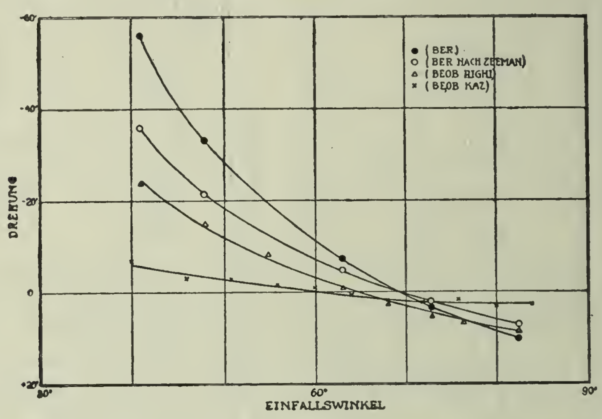


Fig. 19. Nulldrehungen ψ_s bei polarer Magnetisierung.
Stahl $\lambda = 588\ \mu\mu$.

Der singuläre Einfallswinkel $\varphi_1 = \begin{cases} 69{,}9^\circ \text{ (ber.)} \\ 64^\circ \text{ (Righi} \end{cases}$

dargestellt. Bei Benutzung der aus den Zeemanschen Messungen erhaltenen $|Q|$ und q ergibt sich eine Kurve, die parallel der Righischen verläuft, doch ist sie in der Richtung der größeren Einfallswinkel translatorisch verschoben.

Kobalt.

Aus der Tab. XXI ist der Verlauf der Größen $|Q|$ und q, wie auch der singulären Einfallswinkel φ_1, φ_2 und φ_3 als Funktion der Wellenlänge zu ersehen. Die Zeemanschen Beobachtungen für φ_1 im Gelb und Rot sind mit den berechneten im Einklang; dagegen zeigt der Michelische Wert für φ_3 eine größere Abweichung (75^0 neben dem berechneten 72^0).

Tabelle XXI.

Kobalt.

λ	Magnetooptische Parameter		Singuläre Einfallswinkel		
	$\lvert Q \rvert$	q	φ_1	φ_2	φ_3
439	0,02469	– 12° 2′	52,9°	84,3°	70,8°
505	2608	– 14° 38′	51,2°	86°	71,3°
588	2798 (2080)[1]	– 16° 25′ (– 15° 40′)[1]	50,3° (51,5°)[1]	86,8°	72° (75°)[2]
656	2993	– 19° 34′	46° (45,5°)[1]	87,8°	71,8°

Nulldrehungen bei polarer Magnetisierung
$\lambda = 588\ \mu\mu$.

φ	χ_s		
	ber.	ber. nach Zeeman	beob. Zeeman[1])
45°	– 3,6′	– 3,4′	– 1,4′
60°	+ 4,4′	+ 3′	+ 3,2′
73°	+ 8′	+ 5,9′	+ 5,3′

Minimumdrehungen bei meridionaler Magnetisierung
($\lambda = 588$).

φ	$2\chi_p$	
	ber.	beob. Micheli[2])
40°	+ 3,4′	+ 2,8′
55°	+ 3,4′	+ 3,8′
65°	+ 2,2′	+ 4,8′
72°	—	—
80°	– 3,8′	– 3,4′

Die berechneten Nulldrehungen ψ_s bei polarer Magnetisierung sind entsprechend größer als die Zeemanschen, was die Folge einer kleineren Magnetisierung sein könnte. Bei Benutzung der Zeemanschen Werte $|Q|$ und q erhält man eine ziemlich gute Übereinstimmung mit den Beobachtungen.

Die Minimumdrehungen χ_p bei meridionaler Magnetisierung sind mit denjenigen von Micheli verglichen worden. Die Abweichungen sind jedoch ziemlich groß; da aber auch für Eisen die Michelischen Werte von den Righischen ab-

1) P. Zeeman, Leiden Comm. Nr. 8. 1893; Nr. 15. 1895.
2) F. J. Micheli, Ann. d. Phys. 1. p. 542. 1900.

weichen, so könnte man die Differenz vielleicht durch Unhomogenität der Magnetisierung bei Michelischer Anordnung zu erklären suchen. Der allgemeine Verlauf der berechneten und beobachteten Minimumdrehungen (s. Fig. 20) ist analog.

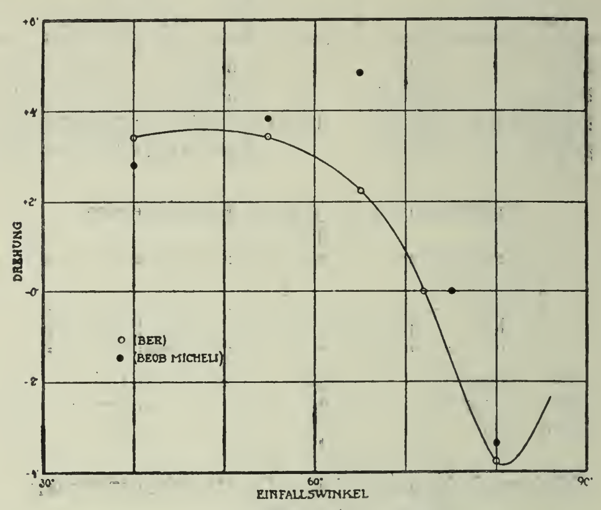


Fig. 20. Minimumdrehungen $2\chi_p$ bei meridionaler Magnetisierung. Kobalt $\lambda = 588\ \mu\mu$.

Der singuläre Einfallswinkel $\varphi_3 = \begin{cases} 72^\circ \text{ (ber.)} \\ 75^\circ \text{ (Micheli)} \end{cases}$

Nickel.

In der Tab. XXII sind die Größen $|Q|$ und q wie auch φ_1, φ_2 und φ_3 bei verschiedener λ angegeben. Die Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist auffallend gering.

Tabelle XXII.

Nickel.

λ	Magnetooptische Parameter		Singuläre Einfallswinkel		
	$\|Q\|$	q	$\varphi_1\ (\psi_s)$	$\varphi_2\ (\psi_p)$	φ_3
439	0,0091	− 8° 24′	51,8°	81°	69,5°
505	0087	− 19° 20′	34,9° } (24°)[1]	87,9°	65,6° } (48°)[2]
588	0094	− 24° 9′	15,1° } weißes Licht	89,7°	64,1° } (48°)[2] (50°—60°)[3]
656	0106	− 31° 32′	39,7° (ψ_p)	88,4° (ψ_s)	60,5° } (50°—60°)[3]

1) P. Zeeman, Leiden Comm. Nr. 10. 1894.
2) F. J. Micheli, Ann. d. Phys. 1. p. 542. 1900.
3) A. Kundt, Wied. Ann. 23. p. 245. 1884.

Die Messung der sehr kleinen Drehungen für Nickel ist mit großen Schwierigkeiten verknüpft; es ist also eine gute Übereinstimmung der Werte kaum zu erwarten.

Magnetit.

Die für verschiedene Wellenlänge berechneten q (Tab. XXIII) zeigen außerordentlich große Unterschiede. Im Gelb hat man für $q = -90^0$, im Blau $q = 0$. Deshalb zeigen die berechneten Minimum- und Nulldrehungen für verschiedene Farben

Tabelle XXIII.

Magnetit.

λ	Magnetooptische Parameter	
	$\lvert Q \rvert$	q
439	0,0030	$+\ 59^0\ 12'$
471	24	$+\ 17^0\ 38'$
505	19	$-\ 30^0\ 50'$
546	24	$-\ 72^0\ 21'$
588	35	$-\ 108^0\ 7'$
623	43	$-\ 124^0\ 4'$
656	47	$-\ 135^0\ 44'$

Minimum- und Nulldrehungen bei polarer Magnetisierung.

		Stahl	Magnetit gelbes Licht ($q = -90^0$)	Magnetit blaues Licht ($q = 0$)
Minimum-Drehung	χ_p	pos.	$\varphi < 68{,}5^0$ pos. $\varphi > 68{,}5^0$ neg.	$\varphi < 84^0$ pos. $\varphi > 84^0$ neg.
	χ_s	pos.	pos.	pos.
Null-Drehung	ψ_p	pos.	neg.	pos.
	ψ_s	$\varphi < \varphi_1$ neg. $\varphi > \varphi_1$ pos.	$\varphi < 83{,}8^0$ pos. $\varphi > 83{,}8^0$ neg.	$\varphi < 68{,}6^0$ neg. $\varphi > 68{,}6^0$ pos.

bei meridionaler Magnetisierung

		Stahl	Magnetit gelbes Licht ($q = -90^0$)	Magnetit blaues Licht ($q = 0$)
Minimum-Drehung	χ_p	$\varphi < \varphi_3$ pos. $\varphi > \varphi_3$ neg.	$\varphi < 67{,}4^0$ pos. $\varphi > 67{,}4^0$ neg.	$\varphi < 76{,}9^0$ pos. $\varphi > 76{,}9^0$ neg.
	χ_s	neg.	neg.	neg.
Null-Drehung	ψ_p	$\varphi < \varphi_2$ neg. $\varphi > \varphi_2$ pos.	neg.	pos.
	ψ_s	neg.	$\varphi < 78{,}5^0$ neg. $\varphi > 78{,}5^0$ pos.	$\varphi < 70{,}5^0$ pos. $\varphi > 70{,}5^0$ neg.

eine große Verschiedenheit von Vorzeichen und von kritischen Einfallswinkeln. Um dies besser hervortreten zu lassen, habe ich in der Tab. XXIII das Vorzeichen für gelbes und blaues Licht im Vergleich mit Eisen diskutiert.[1]) Es wäre sehr wünschenswert, die Dispersion der singulären Winkel für Magnetit untersuchen zu können. Eine rohe Übereinstimmung der beobachteten und berechneten Werte würde schon eine große Unterstützung der Theorie sein.

Die große Mannigfaltigkeit des Kerr-Effektes für Magnetit steht möglicherweise im Zusammenhang mit dem komplizierten Verlaufe der Magnetisierung. Wie Weiss[2]) gezeigt hat, treten bei Magnetit zwei verschiedene Komponenten der Magnetisierung hervor, von denen eine $\perp$, die andere $\|$ zum äußeren Felde ist. Wenn die normale Komponente von Einfluß auf das Kerrsche Phänomen ist, so wird die maßgebende Magnetisierung im allgemeinen nicht normal bzw. parallel zur spiegelnden Fläche (bei äußerer Feldstärke $\perp$ oder $\|$ zur Reflexionsebene) verlaufen können. Die Formeln für polare und meridionale Magnetisierung würden hier also nicht anwendbar sein.

Ich möchte am Schluß meiner Arbeit Hrn. Prof. Voigt für seine Anregung, seinen Rat und sein ständiges Interesse an dem Fortgang dieser Arbeit meinen tiefsten Dank aussprechen. Den Herren Assistenten Dr. Dr. Rümelin und Försterling bin ich für ihre Beihilfe sehr verpflichtet.

1) Die Endformeln für den Kerr-Effekt (W. Voigt, Magnetooptik S. 309 bzw. 313) sind durch die Annahme, daß die Einheit neben dem Absolutwerte von $\mathfrak{n}^2$ zu vernachlässigen ist, vereinfacht. Da aber der Wert $(n^2 + k^2)$ für Nickel und besonders für Magnetit nicht genügend groß ist, habe ich die kritischen Winkel für diese Metalle nach den strengen Formeln (l. c. S. 306 u. 313) berechnet. Nur eine Vereinfachung habe ich als zulässig angenommen, nämlich die Vertauschbarkeit von $\gamma' = \sqrt{1 - \alpha'^2}$ (bzw. $\beta' = \sqrt{1 - \gamma'^2}$) mit Eins, was noch im ungünstigsten Falle ($\alpha = 1$) der Vernachlässigung der Einheit neben dem Absolutwerte von $2\,\mathfrak{n}^2$ entspricht.

2) P. Weiss, Journ. de Phys. 5. 1886; 9. 1910.

Lebenslauf.

Ich, Waclaw Dziewulski, wurde am 29. September 1882 zu Warschau geboren. Staatsangehöriger bin ich in Rußland. Nach Absolvierung des Gymnasiums in Warschau trat ich im Herbste 1901 in die technische Hochschule in Warschau ein und verließ diese Ostern 1905. Im Herbste 1906 wurde ich an der Universität Göttingen immatrikuliert und blieb dort bis zum Oktober 1911. Die vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Universität Göttingen unter der Leitung von Hrn. Prof. Dr. W. Voigt ausgeführt. In Göttingen besuchte ich besonders die Vorlesungen und Praktika der Herren Hilbert, Schwarzschild und Voigt, denen ich für immer zu großem Danke verpflichtet bin.

3 0112 072855437